

**Recenzja rozprawy doktorskiej „Characterization of quantum correlations with strong non-classical properties”
autorstwa mgr Mahasweta Pandit**

Rozprawa doktorska autorstwa Pani magister Mahaswety Pandit poświęcona jest tematyce nieklasycznych korelacji w układach wielocząstkowych. W szczególności Autorka koncentruje się na badaniach układów, które nie są biseparowalne, i wykazują tzw. „silną nieklasyczność”.

Przedstawiona, licząca 127 stron dysertacja składa się ze wstępu, czterech rozdziałów zasadniczych oraz bardzo obszernej, liczącej 243 pozycje bibliografii. Pracę uzupełniają też spisy treści oraz rysunków, polsko- i anglojęzyczne streszczenia oraz lista publikacji Doktorantki. Jeśli idzie o bibliografię, to zawiera ona głównie odnośniki do ostatnio opublikowanych prac dotyczących tematyki omawianej w rozprawie. Patrząc na tę listę, można stwierdzić, że tematyka ta jest usytuowana w jednym z bieżących głównych nurtów badań związanych z korelacjami kwantowymi. Odczuwam tu jednak pewien niedosyt jeśli idzie o klasyczne i fundamentalne prace z dziedziny, którą zajmuje się doktorantka. Ponadto, patrząc na dysertację z punktu widzenia dydaktycznego można by się spodziewać większej liczby odnośników do podręczników akademickich. Według informacji podanej w rozprawie, jest ona oparta o cztery artykuły, których współautorką jest Doktorantka. Niestety, nie znalazłem do nich odnośników w bibliografii umieszczonej na końcu dysertacji. W tym miejscu należy nadmienić, że trzy z tych prac zostały opublikowane w wiodących czasopismach naukowych: *Physical Review A*, *New Journal of Physics* oraz *Scientific Reports*. Chciałbym jednak w tym miejscu podkreślić, że niniejsza recenzja dotyczy dysertacji a nie prac bezpośrednio z nią związanych.

Rozdział I dotyczy stanów k -jednorodnych (ang. *k-uniform states*) (SKJ) określonych w układach zawierających N cząstek. Stanowi on rozszerzenie pracy W. Kłobus, A. Burchardt, A. Kołodziejski, M. Pandit, T. Vértesi, K. Życzkowski, W. Laskowski, *k-uniform mixed states*,

Phys. Rev. A 100, 032112 (2019). W rozdziale tym Doktorantka opisuje podstawowe własności SKJ, w tym ich reprezentację Blocha, korelacje i długość korelacji, po czym przechodzi do omówienia metod numerycznych pozwalających wygenerować porządane stany o dużej czystości. Wspomina tu o implementacji procedur optymalizacyjnych PRAXIS, gdzie zastosowano metodę Richarda Brenta *principal axis method*. Opisuje też szczegółowo zastosowaną przez nią metodę z zakresu programowania półokreślonego. Co istotne, opis stosowanego schematu uzupełnia przykładami wygenerowanych SKJ dla różnych wartości liczby podukładów N oraz liczby k . Dalej, opisuje własności otrzymanych SKJ koncentrując się na wielocząstkowym splątaniu, informacji Fishera oraz na łamaniu nierówności Bella. Wspomina też o układach do obliczeń kwantowych wykorzystujących SKJ oraz dyskutuje przypadek stanów o wyższych wymiarach. Widzimy więc, że doktorantka przedstawia nie tylko zaproponowany przez nią schemat generacji stanów, ale też własności otrzymanych SKJ i podaje przykład ich zastosowania kwantowo-informatycznego. Autorka omawiając własności SKJ, bada ich czystość (*ang. purity*) licząc ślad z kwadratu macierzy gęstości. Wykazuje, że wygenerowane za pomocą zaproponowanego schematu SKJ są stanami o możliwie największej czystości w sytuacji gdy idealnie czyste SKJ nie istnieją. Stany takie wykazują też najwyższe wielocząstkowe korelacje pośród wszystkich stanów o założonej czystości. Wynik ten wydaje mi się szczególnie ciekawym.

Rozdział II został poświęcony tzw. N -współzależności (NW). Jest to wielkość pozwalająca scharakteryzować „silne” korelacje i została zaproponowana w pracy W. Kłobus, M. Miller, M. Pandit, R. Ganardi, L. Knips, J. Dziewior, J. Meinecke, H. Weinfurter, W. Laskowski, T. Paterek, *Cooperation and dependencies in multipartite systems*, New J. Phys. 23, 063057 (2021), której współautorką jest doktorantka. Rozdział ten jest rozszerzoną wersją wspomnianej pracy. Zaproponowana wielkość z punktu widzenia kwantowo-informatycznego określa zysk uzyskiwany na drodze wzajemnej współpracy pomiędzy różnymi podukładami układu wielocząstkowego. Należy jednak pamiętać, co też Doktorantka pokazuje, że NW nie jest typową miarą korelacji, gdyż nie spełnia ona wymaganych postulatów dla miar – mamy tu zatem do czynienia ze świadkiem korelacji. Swoją dyskusję związaną z zaproponowaną wielkością Kandydatka rozpoczyna od podania jej definicji dla przypadku układu trójdzielonego oraz dla układów wyższym wymiarze. Dyskutuje następnie przypadek stanów czystych, stanów GHZ, stanów Dicke’a i przechodzi do przypadku ogólnego k -częściowej N -współzależności. W szczególności, pokazuje jakie są granice wartości zaproponowanych parametrów dla stanów czystych i mieszanych oraz podaje jakie

są podstawowe własności NW, na przykład, jak zaproponowana współzależność jest związana ze splątaniem i korelacjami N -cząstkowymi oraz z kosztem łączenia łańcuchów Markowa. Co istotne, Doktorantka pokazuje jak można wykorzystać zaproponowany parametr przy kwantowym protokole współdzielenia sekretu, detekcji splątania (jako świadek), czy też w zagadnieniach związanych z tzw. *data science*.

W rozdziale trzecim Kandydatka koncentruje się na związkach „silnych nieklasyczności” z metrologią kwantową. Konkretnie, prezentuje ona metodę estymacji wielofazowej dla układów interferometrycznych Macha-Zehndera (MZ). Startując od układu uogólnionego interferometru MZ, przechodzi do przypadków interferometrów dwu-, trój- i czteromodowych. Znajduje granice Cramera-Rao i pokazuje jaką precyzję estymacji można osiągnąć w omawianych przez nią układach, a także jakie stany są optymalne z punktu widzenia zastosowanej metody. Na końcu rozdziału Kandydatka omawia implementacje zaproponowanego przez nią schematu w układzie interferometrycznym, gdzie główną rolę grają stany GHZ oraz NOON, koncentrując się na układzie pięciomodowego multiportu. Wskazuje ona na różnicę zachowania się takiego układu w stosunku do multiportu o sześciu modach. Co istotne, Doktorantka pokazała, że możliwe jest osiągnięcie w badanych modelach limitu Heisenberga narzuconego na precyzję pomiaru, limitu który jest uzyskiwany w bezszumowych złożonych układach kwantowych.

Ostatni (IV) rozdział został poświęcony tzw. prawdziwej wielocząstkowej nielokalności (ang. *genuine multipartite nonlocality* GMNL). Z listy publikacji Autorki zamieszczonej w rozprawie można się domyślić, że rozdział ten zawiera materiał z przygotowywanego artykułu M. Pandit, A. Barasiński, I. Márton, T. Vértesi, W. Laskowski, *Optimal tests of genuine multipartite nonlocality* – niestety, pisząc tę recenzję nie miałem dostępu do tekstu tego artykułu. W rozdziale tym Doktorantka proponuje schemat oparty o liniowe programowanie, pozwalający badać różne rodzaje GMNL. Rozważa tu trzy grupy korelacji – standardowe \mathcal{L} korelacje, nielocalne korelacje Swietlichnego oraz korelacje nie-bilocalne i nie-sygnalizujące. Z drugiej strony, by określić siłę GMNL, Autorka stosowała dwie wielkości – siłę nielokalności oraz prawdopodobieństwo ich łamania. Generując numerycznie odpowiednio grupy różnych stanów (były to stany GHZ, W oraz A) znalazła wartości parametrów opisujących różne, wymienione wyżej, nielokalności. Oceniając przedstawione tu wyniki należy mieć na uwadze, że ze względu na szybki wzrost złożoności obliczeniowej zastosowanych procedur wraz ze wzrostem rozmiaru układów, Doktorantka musiała tu ograniczyć swoje rozważania do trójdzielnych układów qubitowych i qutritowych.

Zaprezentowane w tym rozdziale wyniki mogą tworzyć wrażenie, że są cząstkowe i niepełne. Jednak rozumiem, że przedstawione tu badania mają charakter pionierski i do uzyskania pełnego obrazu omawianych tu zagadnień potrzeba jeszcze wielu starań. W tym kontekście pochwalilibym tu Kandydatkę za wskazanie nowego kierunku badań.

Mogę stwierdzić, że przedstawione w dysertacji wyniki są interesujące i wartościowe. Mogą one zainteresować czytelników zajmujących się nie tylko różnymi aspektami problemów z dziedziny czystej fizyki, ale też związanych z zagadnieniami aplikacyjnymi, głównie w zakresie informatyki kwantowej. Właśnie ten fakt stanowi o znacznej wartości uzyskanych przez Doktorantkę rezultatów. Uzyskując zaprezentowane w rozprawie wyniki mgr Mahasweta Pandit pokazała, że potrafi zastosować do rozwiązywania postawionych przed nią problemów odpowiedni aparat matematyczny i obliczeniowy. Czyni to z dużą biegłością i nie tylko wycuciem stosowanych metod, ale też odpowiednią intuicją fizyczną.

Z obowiązku recenzenta muszę jednak wspomnieć o niedociągnięciach jakie znalazłem w przedstawionej rozprawie. Głównie idzie mi o formę dysertacji, która robi wrażenie niepełnej. Stanowi ona praktycznie pewne rozwinięcie tekstów przygotowanych wcześniej artykułów. Brakuje tu też zakończenia, w którym Kandydatka przedstawiłaby syntetycznie uzyskane wyniki, również w kontekście prac innych autorów. Istnieje przecież dopuszczona przez Ustawodawcę forma składania rozprawy w formie opublikowanych artykułów z załączonym krótkim przewodnikiem. Patrząc na styl złożonej rozprawy, myślę, że taka forma bardziej odpowiadałaby Doktorantce. Ponadto, brak jest wyraźnego wskazania, które wyniki są rezultatami własnymi Autorki, a które pochodzą z literatury przedmiotu. Również w spisie literatury umieszczonym na końcu pracy brak jest odniesień do prac Kandydatki oraz pozycji o charakterze dydaktycznym typu podręczniki akademickie i monografie – są tam głównie wymienione ostatecznie oryginalne prace badawcze innych autorów. Brakuje też tam odnośników do klasycznych i już fundamentalnych prac dotyczących tematyki korelacji kwantowych oraz zrozumienia podstaw mechaniki kwantowej. Wspomnienie takich prac w raz z krótkim komentarzem zdecydowanie podniosłoby dydaktyczne walory rozprawy. Wspominając o spisie literatury, to należy też nadmienić, że pojawia się tam kilka pozycji z niepełną informacją (np. [21], [57], [80]) oraz jedna pozycja pusta [131]. Ponieważ praca została napisana w języku angielskim, ze względu na moje kompetencje, nie czuję się na siłach oceniać aspekty językowe. Jednak patrząc na streszczenie w języku polskim, mogę zauważyć, że Autorka(?) użyła w tym miejscu cudzysłówów właściwych dla języka angielskiego, a nie

polskiego. Również sformułowanie przedostatniego zdania ostatniego akapitu straszenia wydaje się być nieco niefortunne. Wiedząc jednak, że nawet wśród filologów istnieją różne szkoły dotyczące formułowania swoich stwierdzeń, uważam tę uwagę za marginalną.

Wymienione w rozprawie prace będące podstawą recenzowanej dysertacji są artykułami wieloautorskimi. Tylko w jednym z nich Doktorantka jest pierwszym autorem. Chciałbym zatem by podczas obrony Kandydatka wyjaśniła, jaki był jej udział w całym procesie przygotowania poszczególnych prac.

Podsumowując, mogę jednak stwierdzić, że recenzowana rozprawa doktorska autorstwa Pani mgr Mahaswety Pandit spełnia w pełni wszystkie ustawowe oraz zwyczajowe wymagania stawiane takim dysertacjom. Przedstawione w niej wyniki są oryginalne i wartościowe, również z punktu widzenia przyszłych badań. W tym miejscu należy podkreślić, że przedstawione w dysertacji rezultaty zostały już opublikowane w trzech artykułach naukowych – ukazały się w wiodących czasopismach Phys. Rev. A, New J. Phys. Sci. Rep., a jedna praca jest w trakcie przygotowania. Ponadto, można stwierdzić, że sam sposób prezentacji i dyskusji uzyskanych przez Doktorantkę rezultatów jest jasny i czytelny. Również pokazała ona, że potrafi z dużą skutecznością stosować opanowany przez nią warsztat badawczy, a także jasno zaprezentować oraz poprawnie zinterpretować otrzymane wyniki. Chciałbym też zaznaczyć, że wymienione w tej recenzji uwagi krytyczne w niczym nie umniejszają wagi prezentowanych w dysertacji rezultatów.

Na koniec, z pełnym przekonaniem wnioskuję o dopuszczenie Doktorantki do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Wiesław Leoński