Prof. dr hab. Andrzej Grudka
Wydział Fizyki
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza
w Poznaniu

Poznań, 30 sierpnia 2018

# Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Adriana Kołodziejskiego pt. „Analiza i charakteryzacja wielopoziomowych układów kwantowych"

Rozprawa doktorska mgr. Adriana Kołodziejskiego poświęcona jest zagadnieniom z podstaw mechaniki kwantowej oraz informatyki kwantowej. Liczy 97 strony i składa się z sześciu rozdziałów i liczącej 101 pozycji bibliografii.

Rozdział pierwszy jest krótkim wprowadzeniem w tematykę pracy. Autor wprowadza w nim i opisuje niezbędne pojęcia, które wykorzystuje w dalszej części rozprawy. Są to: opis układów dwucząstkowych, reprezentacja stanów czystych i mieszanych za pomocą macierzy gęstości, pojęcie stanów splątanych i separowalnych. Następnie Doktorant opisuje metody detekcji splątania za pomocą analizy tensora korelacji, metody częściowej transpozycji oraz świadków splątania. Na końcu opisuje On lokalny realizm oraz nierówności Bella. Uważam dobór zagadnień za właściwy. Mam jedną drobną uwagę do tego rozdziału. Dobrze by było, gdyby Autor użył tych samych parametrów w równaniu 1.16 co w równaniu 1.17 i dalszych.

W rozdziale drugim Doktorant próbuje znaleźć sposób wizualizacji stanów układów trójpoziomowych (qutritów). Udaje mu się to za pomocą odwzorowania przestrzeni stanów qutritu na symetryczną podprzestrzeń stanów dwóch qubitów. Efektem tej wizualizacji jest pewien wektor oraz elipsoida, których orientacja, i w przypadku elipsoidy kształt, są wyznaczone przez parametry stanu. Moim zdaniem jest to interesująca reprezentacja stanów qutritów. Autor analizuje, jakie są różnice w wizualizacji stanów czystych i mieszanych. W szczególności pokazuje On, że dla stanu mieszanego rzędu 3 wektor zawsze leży wewnątrz elipsoidy, dla stanu mieszanego rzędu dwa wektor leży na powierzchni elipsoidy albo elipsoida redukuje się do odcinka, dla stanów czystych elipsoida redukuje się do odcinka lub do punktu. Doktorant prezentuje dwa przykłady, z których jeden dotyczy baz MUB. W tym miejscu mam jedną uwagę. Uważam, że rysunki są źle opisane (np. brak opisu, co oznaczają kolory.) Na zakończenie przedstawiona jest graficzna reprezentacja działania operacji unitarnych.

W rozdziale trzecim Autor używając wprowadzonego w rozdziale drugim formalizmu analizuje nierówność CGLMP dla stanu dwóch qutritów. Najpierw odwzorowuje On stan każdego qutritu na stan dwóch qubitów, a następnie analizuje postać przetransformowanego operatora Bella. Pokazuje On, że tak zdefiniowany operator zawiera człony odpowiadające nierównościom CHSH i czteroqubitowej nierówności Mermina. Uważam, że ten fragment wymaga większego wyjaśnienia, ponieważ często używana postać operatora Bella składa się z czterech członów, a u Autora występują w nim dwa człony. Wykorzystując wspomnianą wcześniej postać operatora Bella Doktorant szuka rozwiązania jako superpozycji stanu GHZ i iloczynu tensorowego dwóch stanów maksymalnie splątanych dwóch qubitów. Okazuje się, że ta postać stanu odpowiada przed transformacją interesującym przypadkom stanów dwóch qutritów - w tym stanu maksymalnie łamiącemu nierówność CGLMP. W moim przekonaniu jest to ciekawe spojrzenie na nierówność CGLMP.

W czwartym rozdziale Doktorant pokazuje, w jaki sposób z nielinowego indykatora splątania można za pomocą izomorfizmu Choi-Jamiołkowskiego otrzymać kryterium oparte o odwzorowanie dodatnie, ale nie kompletnie dodatnie. Autor pokazuje również, w jaki sposób sprowadzić kryterium geometryczne oparte o analizę elementów tensora korelacji do kryterium opartego o odwzorowania dodatnie. Ogólne wyniki Autor ilustruje ich zastosowaniem do rôżnych rodzin stanów: stanów będących mieszanką dwóch stanów Bella i białego szumów, stanów Weyla, stanów Wernera a także trzyparametrowych stanów dwóch qutritów. Do tego rozdziału nie mam żadnych zastrzeżeń, a otrzymane wyniki uważam za interesujące.

W piątym rozdziale Doktorant bada problem istnienia zmiennych ukrytych dla cząstek obdarzonych spinem. Zakłada On, że wzdłuż trzech ortogonalnych osi zmienne te mogą być tylko liczbami całkowitymi lub połówkowymi. Następnie sprawdza on, czy istnieje takie przypisanie tych liczb operatorom rzutów spinów, że kwadrat spinu jest równy s(s+1).

Okazuje się, że w niektórych przypadkach jest to możliwe. Autor podaje szczegółowe warunki jakie musi spełniać liczba s, żeby takie przypisanie było możliwe. W dalszej części pracy Doktorant pokazuje jak te dodatkowe ograniczenia wpływają na nierówności Bella i pokazuje, że w tym wypadku nierówności są silniejsze. Mam jedną uwagę krytyczną. Na stronie 79 znajdują się takie zdania: "Z twierdzenia Kochena-Speckera wiemy, że dla s>=1 takie przypisanie nie jest możliwe, ale tylko dla składowych wzdłuż specjalnie dobranych kierunków. Natomiast dla trzech prostopadłych kierunków (np. x, y, z) takie przypisanie jest w zasadzie możliwe dla dowolnego s". Moim zdaniem jest to niefortunne sformułowanie ponieważ dowód twierdzenia Kochena-Speckera (N. D. Mermin, Rev. Mod. Phys. 65, 803 (1993)) polega na próbie przypisywania trzem ortogonalnym kierunkom odpowiednich liczb i pokazaniu, że prowadzi to do sprzeczności.

Ostatni rozdział stanowi krótkie podsumowanie pracy.

Podsumowując, pragnę stwierdzić, że przedstawiona rozprawa doktorska spełnia wszystkie ustawowe i zwyczajowe kryteria stawiane rozprawom doktorskim (określone ustawą z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz stopniach i tytule w zakresie sztuki). Wnoszę o dopuszczenie jej Autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Andrzej Grudka