

# Recenzja pracy habilitacyjnej i dorobku naukowego doktora Piotra Bartłomiejczyka

25 kwietnia 2016

Doktor Piotr Bartłomiejczyk jest absolwentem Uniwersytetu Gdańskiego. Tytuł magistra matematyki uzyskał w roku 1991. Tytuł doktora nauk matematycznych został mu nadany w 2000 roku przez Instytut Matematyczny PAN w Warszawie za pracę *Zagadnienia teorii macierzy połączeń*. Promotorem rozprawy był prof. Kazimierz Gęba.

Habilitant jest autorem lub współautorem 19 prac naukowych. 17 z nich ukazało się w czasopiśmie z listy filadelfijskiej. Na okres po uzyskaniu doktoratu przypada 16 publikacji a w przypadku pięciu z nich Habilitant jest jedynym autorem.

## 1 Ocena rozprawy habilitacyjnej

### 1.1 Omówienie rozprawy

W skład Rozprawy *Homotopijne własności przestrzeni odwzorowań lokalnych* wchodzi łącznie 7 prac (oznaczonych w Autoreferacie [H1] – [H7]). W jednym przypadku Habilitant jest jedynym autorem, współautorem 5 prac jest Piotr Nowak-Przygodzki, w jednym przypadku współautorami są Kazimierz Gęba oraz Marek Izydorek.

Tematyka Rozprawy ma swoje źródła w klasycznym pojęciu homotopii czyli ciągłej rodziny odwzorowań dwu ustalonych przestrzeni topologicznych  $f_t : X \rightarrow Y$ ,  $0 \leq t \leq 1$ . Jednakże w analizie nieliniowej, czy też w teorii Nielsena punktów stałych, pojawiają się homotopie o zmiennej dziedzinie. A to podsuwa pojęcie odwzorowań lokalnych będącym głównym obiektem rozprawy. Pojęcie to pojawiło się w pierwotnej formie w pracy [27] Beckera i Gotlieba w 1999 roku.

Habilitant wyróżnia trzy nurty Rozprawy.

- W pracach [H2], [H3], [H7] badane są *odwzorowania lokalne* przestrzeni Euklidesowych. Zbiór ich oznaczamy

$$\mathcal{F}(n) := \{f : U \rightarrow \mathbb{R}^n \mid f \text{ ciągle, } D_f \subset \mathbb{R}^n \text{ otwarty, } f^{-1}(0) \text{ zwarty} \}$$

a następnie określamy jego podzbiory  $\mathcal{F}_\nabla(n)$  odwzorowań gradientowych,  $\mathcal{P}(n)$  odwzorowań właściwych oraz  $\mathcal{F}(n) = \mathcal{F}_\nabla(n) \cap \mathcal{P}(n)$ . W przestrzeni  $\mathcal{F}(n)$  jest naturalna relacja otopii i zbiory klas otopii powyższych podzbiorów oznaczamy odpowiednio  $\mathcal{F}_\nabla[n]$ ,  $\mathcal{P}[n]$ ,  $\mathcal{P}_\nabla[n]$ . Główny wynik prac [H2] i [H3] można wysłowić następująco: *naturalne odwzorowania zbiorów  $\mathcal{F}_\nabla(n)$ ,  $\mathcal{P}(n)$ ,  $\mathcal{P}_\nabla(n)$ ,  $\mathcal{F}(n)$  indukują bijekcje odpowiednich zbiorów otopii a ponadto funkcja stopnia topologicznego utożsamia te zbiory z zbiorem liczb całkowitych*. Dodatkowym wnioskiem tych prac jest alternatywny dowód twierdzenia Parusińskiego, stwierdzającego równoważność relacji homotopii gradientowej i zwykłej homotopii pól wektorowych. W pracy [H7] powyższe wyniki zostają przeniesione na przypadek rozmaitości Riemanna bez brzegu i pól wektorowych na tych rozmaitościach. Tutaj także uzyskujemy naturalne bijekcje  $\mathcal{F}^\nabla[M] \simeq \mathbb{Z} \simeq \mathcal{F}[M]$ . Ponadto podobne bijekcje zostają uzyskane w przypadku  $G$  współzmienniczym ( $G$  zwarta grupa Liego). Pracę kończy uwaga, że równość  $\mathcal{F}_G^\nabla[M] \simeq \mathcal{F}_G[M]$  zachodzi tylko w przypadku działania skończonej grupy Liego co wyjaśnia twierdzenie Parusińskiego w sytuacji współzmienniczej.

- Prace [H4], [H5] są poświęcone dokładnej analizie przestrzeni odwzorowań lokalnych. Rozpatrywana jest bardziej ogólna sytuacja:  $X, Y$  są przestrzeniami topologicznymi i rozpatrywane są odwzorowania lokalne  $X \supset U \rightarrow Y$  "właściwe" względem danej rodziny podzbiorów  $\mathcal{R} \subset 2^Y$  (w późniejszych zastosowaniach tą rodziną jest zbiór jednopunktowy). Zbiór tych odwzorowań lokalnych oznaczamy  $Loc(X, Y; \mathcal{R})$ . Poprzez odpowiednią zmianę topologii przestrzeni  $Y$  (typu uzwarczenie Aleksandrowa) uzyskujemy homeomorfizm przestrzeni  $Loc(X, Y; \mathcal{R})$  z pewną przestrzenią zwykłych odwzorowań ciągłych. To ostatnie umożliwia uzyskanie prawa wykładniczego dla przestrzeni odwzorowań lokalnych. To z kolei pozwala w szczególności na opis przestrzeni odwzorowań lokalnych  $\mathbb{R}^{n+k}$  w  $\mathbb{R}^n$  (właściwych względem  $\{0\}$ ). Ponadto dzięki wprowadzonej topologii można rozpatrywać otopię jako drogę w przestrzeni odwzorowań lokalnych.

- Prace [H1], [H6] dotyczą odwzorowań lokalnych i uogólniają rezultaty z [H2] i [H3] na przypadek otopii współzmienniczych względem skończonej wymiarowej reprezentacji zwartej grupy Liego. W pracy [H1] są wprowadzone stopnie współzmienniczych odwzorowań ortogonalnych:  $deg_G(f, u) \in A(G)$  o wartościach w pierścieniu Burnside'a i  $deg_G^\nabla(f, u) \in A(G)$  o wartościach w

pierścieniu Eulera i udowodnione ich podstawowe własności. W pracy [H6] rezultaty z [H2] i [H3] zostają uogólnione na przypadek otopeni współzmienniczych.

## 1.2 Ocena rozprawy

Rozprawa zawiera znaczące rezultaty porządkujące, często w sposób niestandardowy, podstawy nowej teorii. Wyniki są oryginalne i bardzo istotne dla topologicznych podstaw analizy nieliniowej. Wyróżniam tutaj przede wszystkim bardzo umiejętne wprowadzenie odpowiednich topologii (w pracach [H4], [H5]) dzięki którym można używać prawa wykładniczego dla odwzorowań lokalnych a dzięki temu zredukować opis przestrzeni tych odwzorowań do klasycznych zagadnień topologicznych. Następnie prace [H2], [H3], [H7] dają pełny bardzo geometryczny opis przestrzeni otopeni. Ponadto uogólnienia powyższych wyników do przypadku współzmienniczego wymagały dużej umiejętności stosowania metod topologii algebraicznej. W moim odczuciu opracowywane w Rozprawie zastąpienie pojęcia homotopii poprzez otopenię, będzie w przyszłości wykorzystywane w dowodach bardziej złożonych rozumowań. Potrzeba taka jest w teorii Nielsena gdzie zmieniające się w trakcie zwykłej homotopii klasy Nielsena łatwiej jest badać poprzez takie lokalne otopenie. To uprościłoby wiele skomplikowanych dowodów.

Prace wchodzące w skład Rozprawy zostały napisane bardzo przejrzysto. Rozumowania, często dość złożone, podane są w sposób jasny i zwięzły a jednocześnie wyjaśnione są wszystkie szczegóły. Wyniki prac doktora Piotra Bartłomiejczyka były wielokrotnie prezentowane na konferencjach międzynarodowych.

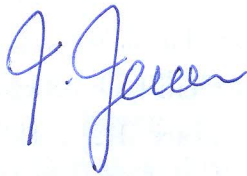
## 2 Ocena pozostałego dorobku naukowego

Po uzyskaniu doktoratu Habilitant stał się autorem (lub współautorem) ośmiu innych prac nie wchodzących w skład Rozprawy. Dwie z nich [8], [9] rozszerzają i upraszczają wyniki pracy doktorskiej i dotyczą grafów oraz macierzy połączeń. W pracach [7], [10] i [12] zostają użyte ciągi spektralne do teorii indeksu Conleya. Pozostałe trzy prace [19], [20], [21] są poświęcone tematyce podobnej to tematyki Rozprawy. Porównanie przestrzeni odwzorowań zwykłych i gradientowych zostało pogłębione w przypadku dwuwymiarowym.

### 3 Konkluzja

Badania doktora Piotra Bartłomiejskiego dotyczą zagadnień z pogranicza Analizy Nieliniowej oraz Topologii Algebraicznej. Rozprawa habilitacyjna zawiera znaczące wyniki i w istotny sposób pozwala na zrozumienie nowej teorii. Doktor Piotr Bartłomiejski jest, w moim przekonaniu, matematykiem w pełni dojrzałym i dlatego wnoszę o dopuszczenie do kolejnych etapów postępowania habilitacyjnego.

Jerzy Jezierski



Opinia w sprawie nadania lub odmowy nadania  
stopnia doktora habilitowanego  
Panu dr Piotrowi Bartłomiejczykowi

25 kwietnia 2016

Doktor Piotr Bartłomiejczyk jest autorem , bądź współautorem, 19 prac naukowych z czego 17 z listy filadelfijskiej. Na okres po doktoracie przypada 16 prac a w przypadku pięciu z nich Habilitant jest jedynym autorem. Rozprawa *Homotopijne własności przestrzeni odwzorowań lokalnych* jest bardzo dogłębną analizą stosunkowo nowego pojęcia *otopii* . Rozprawa zawiera nowe wyniki porządkujące tę teorię i pozwalające na lepsze zrozumienie przestrzeni odwzorowań lokalnych. Dzięki tym wynikom można badać te przestrzenie stosując klasyczne wyniki topologii algebraicznej. Prace wchodzące w skład Rozprawy są zredagowane bardzo starannie: są jednocześnie zwarte i wyjaśniają wszystkie szczegóły.

Oprócz prac wchodzących w skład Rozprawy habilitant opublikował, po doktoracie, osiem innych prac. Dwie z nich dotyczą zagadnień pracy doktorskiej, w trzech następnych ciągi spektralne zostają użyte do indeksu Conleya a trzy pozostałe są bliskie zagadnieniom Rozprawy. W tych ostatnich porównanie przestrzeni odwzorowań zwykłych i gradientowych zostało pogłębione w przypadku dwuwymiarowym. Wyniki prac doktora Piotra Bartłomiejczyka były wielokrotnie prezentowane na konferencjach międzynarodowych.

**Konkluzja**

W moim przekonaniu Rozprawa Habilitacyjna jak i cały dorobek naukowy spełniają wszystkie wymagania formalne i zwyczajowe stawiane w procedurze habilitacyjnej. Wnoszę o dopuszczenie doktora Piotra Bartłomiejczyka do kolejnych etapów postępowania habilitacyjnego.

Jerzy Jeziński

