

**Recenzja pracy doktorskiej mgr Paulo José Cavalcanti pod tytułem
„Common-cause structure of non-signalling phenomena in generalised
theories”**

Praca doktorska „Common-cause structure of non-signalling phenomena in generalised theories” poświęcona jest analizie własności realizacji zjawisk postkwantowych, niesygnalowych w ramach formalizmu Uogólnionych Teorii Prawdopodobieństwa (GPT), który jest formułowany w języku kategorii o diagramowej formie notacji. Formalizm GPT w tej formie jest bardzo formalny i abstrakcyjny, ale jednocześnie jest bardzo uniwersalną teorią, która może opisywać układy klasyczne, kwantowe i postkwantowe, a także powiązania takich układów, co zostało wykorzystane w pierwszej części rozprawy. Podstawą takiego uniwersalnego opisu różnych teorii jest fakt, że każde doświadczenie fizyczne można scharakteryzować za pomocą rozkładu prawdopodobieństw warunkowych lub za pomocą kwantowych asambalży, które są ich uogólnieniem a które są przedmiotem rozważań w tej rozprawie. Zjawiska postkwantowe i niesygnalizacyjne, które są badane w rozprawie, choć nie są fizyczne, moim zdaniem warte rozważenia, ponieważ z jednej strony realizują większe ograniczenie nierówności Bella, co jest interesujące ze względu na znaczenie tych nierówności w fizyce, a z drugiej strony respektują ograniczenia zadawane przez teorię relatywistyczną.

Rozprawa doktorska składa się z dwóch części. W pierwszej części wstęp przedstawia motywację, opis wyników i sposób, w jaki wyniki rozprawy doktorskiej wpisują się w kontekst dotychczasowych osiągnięć w tej dziedzinie. Kolejny rozdział pierwszej części wprowadza formalizm GPT w podejściach kategorialnym i diagramatycznym. To wprowadzenie jest dobrze napisane i stanowi dobre wprowadzenie do drugiej części rozprawy, która składa się z trzech artykułów zawierających wyniki rozprawy.

W pierwszej pracy rozprawy wykazano, jako pierwszy wynik, że możliwe jest zrealizowanie sterowania EPR jako niesygnalizacyjnego w formalizmie GTP. Możliwość ta jest realizowana w nowej GPT Witworld zdefiniowanej w artykule, która jest pewną formą unifikacji trzech systemów: klasycznego, kwantowego i Boxworld, co samo w sobie jest ciekawym pomysłem. Uważam tę unifikującą konstrukcję za interesujący wynik, ponieważ nie tylko pozwala uzyskać pierwszy wynik, ale także zawiera protokół Remote State Preparation (RSP), który jest koncepcyjnie podobny do protokołu telepotacji. Ten drugi wynik jest bardzo interesujący w kontekście faktu, że w Witworld, którego

konstrukcja opiera się na tzw. maksymalnym iloczynie tensorowym, zawiera tylko efekty separowalne. Z tego powodu, chociaż nazwa maksymalny iloczyn tensorowy jest uzasadniona przez jej definicję, to z punktu widzenia własności iloczynu tensorowego ten maksymalny iloczyn tensorowy można by również nazwać minimalnym lub słabym iloczynem tensorowym. Intrygujące jest zatem to, że pomimo takiego separowalnego ograniczenia w Witworld, możliwe jest wprowadzenie protokołu koncepcyjnie podobnego do teleportacji, który opiera się na splątaniu zarówno stanów, jak i pomiarów. Wydaje się, że realizacja RSP jest możliwa, ponieważ Witworld „rekompensuje” gorszą strukturę efektów bogatszą strukturą stanów. Moim zdaniem protokół RSP przedstawiony w tym artykule rzuci światło na rolę splątania w protokołach typu teleportacyjnego.

W drugim artykule analizowane są właściwości wieloczęściowych kanałów niesygnalowych w teoriach GPT. Główny wynik artykułu stwierdza, że wieloczęściowe kanały niesygnalowe w lokalnie tomograficznych GPT są zawsze afinicznymi kombinacjami produktów kanałów lokalnych. To stwierdzenie w pełni opisuje strukturę wieloczęściowych kanałów niesygnalowych. Ten wynik jest wynikiem ogólnym, którego dowód jest technicznie trudny i wykorzystuje pewne właściwości przestrzeni afinicznych i wypukłych, a także formalizm duotensorowy, który jest dla mnie nową koncepcją.

W trzecim artykule, na podstawie głównego wyniku drugiego artykułu, podano konstrukcję odwzorowania, które przypisuje każdemu tomograficznie lokalnemu GPT G pewne dopełnienie o wspólnej przyczynie oznaczone jako $C[G]$, które ma również strukturę GPT i takie, że początkowe G jest podteorią dopełnienia i w którym każdy kanał niesygnalowy w G jest realizowany przez kanały rozkładalne. Konstrukcja takiego dopełnienia jest bardzo zaawansowaną formalną procedurą matematyczną opartą na dopełnieniu operacyjnym i wydzielaniu klas abstrakcji relacji równoważności procesów w rozważanym GPT, co wymaga dowodu wielu trudnych, technicznych lematów. Takie abstrakcyjne konstrukcje zazwyczaj nie są łatwe w praktycznych zastosowaniach ze względu na swoją naturę, ale dobrze pokazują algebraiczne właściwości struktury i mają wartość uniwersalności zastosowania. Jest to najbardziej ogólny wynik rozprawy, osiągnięty innymi (bardziej algebraicznymi) metodami niż te użyte wcześniej. Wyniki z pierwszego artykułu są szczególnym przypadkiem tego ogólnego wyniku.

Artykuły są dobrze zredagowane, z przejrzystą prezentacją wyników i kontekstu tych wyników. W rozdziale 2 pierwszej części artykułu, który, jak wspominałem, jest dobrze zredagowany, jest kilka małych niedociągnięć redakcyjnych, np. w Twierdzeniu 2.1.1 we wzorze (2.14) symbole f i g nie są zdefiniowane, we wzorze na wartość oczekiwaną, pod wzorem (2.17), po prawej stronie znajduje się sumowanie po a , b , a te same a , b pojawiają się po lewej stronie. Mam również uwagę dotyczącą małej nieścisłości w Def. 41. W

drugim punkcie tej definicji znajduje się stwierdzenie „tożsamość monoidalna I jest układem trywialnym, tj. nie ma układu”. Tożsamość monoidalna jest specjalnym układem trywialnym, ale nie można stwierdzić, że nie ma układu, co jest wyraźnie widoczne w przypadku Teorii Kwantowej jako GPT. W tym przypadku układami są przestrzenie Hilberta, a tożsamość monoidalna jest jednowymiarową przestrzenią Hilberta generowaną przez liczbę 1 jako wektor bazowy. Taki układ tensorowany z dowolnym innym układem nie zmienia go, a operacja śladu, (discarding effect) odwzorowuje dowolny operator na taką jednowymiarową przestrzeń.

Moim zdaniem wyniki prac przedstawionych w rozprawie wnoszą istotny wkład w zrozumienie struktury i właściwości kanałów niesygnałowych, a szerzej zjawisk postkwantowych. Osiągnięcie tych wyników wymagało opanowania i zastosowania zaawansowanych i technicznie trudnych metod matematycznych. Uzyskane wyniki są efektem pracy zespołowej, ale biorąc pod uwagę, że Paulo José Cavalcanti jest pierwszym autorem we wszystkich trzech pracach oraz oświadczenia współautorów dołączone do rozprawy, oświadczam, że rozprawa przedstawiona mi do recenzji spełnia wszystkie wymogi ustawowe, jak również zwyczajowe wymogi dla rozpraw i proszę o dopuszczenie jej do dalszych części postępowania.



Dr hab. Marek Mozrzyk, prof. UW