



---

Prof. zw. dr hab. Adam Miranowicz  
Instytut Spintroniki i Informatyki Kwantowej, Uniwersytet im. Adama Mickiewicza  
ul. Uniwersytetu Poznańskiego 2, 61-614 Poznań, Poland  
tel: +48 731 742 369; e-mail: miran@amu.edu.pl; http://miran.web.amu.edu.pl

---

Poznań, 18 września 2024

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Konrada Schlichtholza  
pt. „Non-classicality of bosonic fields in states of undefined particle numbers”  
przygotowanej pod kierunkiem prof. dr. hab. Marka Żukowskiego**

## **1 Wstęp formalny**

Przedstawiam niniejszym recenzję rozprawy doktorskiej pt. „Non-classicality of bosonic fields in states of undefined particle numbers” mgr. Konrada Schlichtholza (zwanego dalej Kandydatem) w postępowaniu w sprawie nadania Kandydatowi stopnia doktora w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie nauki fizyczne. Zostałem powołany na recenzenta w tym postępowaniu uchwałą Rady Dyscypliny Nauki Fizyczne Uniwersytetu Gdańskiego na podstawie art. 178 ust. 1 pkt 1 w zw. z art. 17 ust. 2 w zw. z art. 28 ust. 1 pkt 8 i ust. 4 ustawy z dnia 20 lipca 2018 roku – *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* (Dz. U. z 2023 r. poz. 742 ze zm.) oraz §28 ust. 1 załącznika do uchwały nr 12/23 Senatu Uniwersytetu Gdańskiego z dnia 2 marca 2023 roku pt. *Procedura nadania stopnia naukowego doktora w Uniwersytecie Gdańskim* na posiedzeniu w dniu 4 lipca 2024 roku. Oficjalna informacja o tej decyzji została mi przekazana przez Przewodniczącą Rady Dyscypliny Nauki Fizyczne Uniwersytetu Gdańskiego – prof. UG dr. hab. Marka Józefowicza.

Oceniana przeze mnie rozprawa doktorska jest zbiorem i podsumowaniem serii prac, w których Kandydat przedstawił opis zjawisk nieklasycznych w polach bozonowych zawierających nieokreśloną liczbę cząstek. Rozprawa ta została napisana przez Kandydata pod opieką naukową prof. dr. hab. Marka Żukowskiego na Wydziale Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Gdańskiego.

W rozprawie, napisanej w języku angielskim i liczącej 100 stron, zamieszczono kopie czterech oryginalnych artykułów, których współautorem jest Kandydat, oraz 33-stronicowe wprowadzenie w formie przewodnika z bibliografią wraz z dołączonymi krótkimi streszczeniami w języku polskim i angielskim. Przewodnik składa się z czterech rozdziałów. W rozdziale II Kandydat przedstawił wstępne informacje na temat badanych problemów, rozdział III zawiera przegląd najważniejszych wyników zaprezentowanych we wspomnianych artykułach, a w rozdziale V Kandydat opisał perspektywy dalszych badań.

## 2 Opis i ocena najważniejszych wyników dysertacji

Jak już wspomniałem podstawą rozprawy są cztery publikacje, w których Kandydat jest pierwszym autorem. Trzy z nich zostały opublikowane w *New Journal of Physics* i jedna praca w *Scientific Reports*. Oświadczenia współautorów jednoznacznie wskazują na dominujący udział Kandydata w tych pracach. Najważniejsze moim zdaniem wyniki tych artykułów omówię w dalszej części tej recenzji.

Ponadto Kandydat jest współautorem siedmiu prac opublikowanych m.in. w prestiżowym czasopiśmie *Optica Quantum*, a także dwóch artykułów w *Physical Review A* i dwóch artykułów w *New Journal of Physics*. Należy podkreślić, że w dziewięciu spośród łącznie jedenastu prac, Kandydat jest pierwszym współautorem i tylko w dwóch artykułach jest drugim współautorem, tj. w pracach [O2] i [O4]. Wszystkie artykuły Kandydata zostały opublikowane w ciągu zaledwie trzech i pół roku co jednoznacznie pokazuje jego intensywną i szybko rosnącą aktywność naukową.

Warto też podkreślić, że Kandydat jest także współautorem patentu europejskiego dotyczącego samotestującej metody generacji liczb losowych. Konkretnie patent został przyznany za pracę [O3]<sup>1</sup> pt. „Quantum random number generation system for self-testing generation of truly random bit strings and method for generation of string of quantum random numbers”. Choć jako recenzent mogę żałować jedynie, że ten patent nie został uwzględniony jako jedna z wiodących prac w tej rozprawie, obok wspomnianych czterech artykułów.

W niniejszej dysertacji badano problemy opisu nieklasyczości pól i układów bozonowych zawierających nieokreśloną liczbę cząstek, zwłaszcza w granicach dużej uśrednionej liczby fotonów oraz mezoskopowego opisu zjawisk. W szczególności w rozprawie opisano nowatorskie metody detekcji następujących zjawisk: nieklasyczości Bella, splątania kwantowego oraz kontekstualności. Kandydat używa terminu nieklasyczość Bella jeśli układ kwantowy (np. pole optyczne) jest w stanie, który łamie jakąś nierówność Bella. W literaturze (a nawet w hasłach encyklopedycznych) zwykle używa się w tym kontekście terminu nielokalność Bella. Oczywiście łamanie nierówności Bella niekoniecznie musi oznaczać sensu stricte nielokalność kwantową i w tym sensie termin używany przez Kandydata wydaje się precyzyjniejszy.

Artykuł [PhD1] pt. „Simplified quantum optical Stokes observables and Bell’s theorem” został opublikowany w *Scientific Reports* w 2022 i jego współautorami są dr Bianka Woloncewicz i promotor tej dysertacji – prof. Marek Żukowski. W pracy tej zaproponowano uogólnione obserwabla Stokesa stosując tzw. metodę binningu (tj. metodę grupowania, po ang. binning method) w pomiarach polaryzacji fotonów. Moim zdaniem te obserwabla można interpretować również jako uogólnione operatory Pauliego. Warto wspomnieć, że metoda binningu była już wcześniej stosowana w testach nieklasyczości Bella w opisie wielomodowych pól optycznych mierzonych w układach homodynych m.in. przez Antonio Acína i współpracowników.<sup>2</sup> Kandydat wykorzystał tę metodę analogicznie do podejścia zastosowanego przez Jonasa Kitzingera i współpracowników w opisie nieklasyczości Bella kondensatów Bosego-Einsteina.<sup>3</sup> Warto wspomnieć, że znane są też inne definicje uogólnio-

<sup>1</sup>K. Schlichtholz, B. Woloncewicz, T. Das, M. Markiewicz & M. Żukowski, patent pending EP23199255 (2023).

<sup>2</sup>Antonio Acín, Nicolas J. Cerf, Alessandro Ferraro & Julien Niset, Tests of multimode quantum nonlocality with homodyne measurements, *Phys. Rev. A* **79**, 012112 (2009).

<sup>3</sup>Jonas Kitzinger, Xin Meng, Matteo Fadel, Valentin Ivannikov, Kae Nemoto, William J. Munro & Tim Byrnes, Bell

nych znormalizowanych operatorów Stokesa, które były stosowane w testach łamania nierówności Bella m.in. przez promotora tej dysertacji i jego współpracowników,<sup>4</sup> którzy zastosowali normalizację poprzez operacje rzutowania, które usuwają przyczynek pochodzący od próżni fotonowej. W przeciwieństwie do tych wcześniejszych definicji obserwabli Stokesa, Kandydat zastosował inną normalizację z wykorzystaniem funkcji znaku dla różnicy operatorów liczby fotonów o ortogonalnych polaryzacjach. Działanie funkcji znaku przypomina strategię stosowaną w metodzie binningu. Warto podkreślić, że definicja obserwabli Stokesa zaproponowana w dysertacji, podobnie jak i wspomniane powyżej definicje standardowych i niestandardowych obserwabli Stokesa, opierają się na tej samej koncepcji wykorzystania sum i różnic intensywności odpowiednich polaryzacji. Należy jednak podkreślić, że badane przez Kandydata obserwable nie posiadają wszystkich cennych własności standardowych obserwabli Stokesa, np. wydaje się, że nie można bezpośrednio z nich utworzyć wektora Blocha.

Celem pokazania przydatności zaproponowanych obserwabli Stokesa w testach nieklasyczości Bella, Kandydat wyprowadził nowe nierówności Bella w formie nierówności Clausera, Horne'a, Shimony'ego i Holta (CHSH), Clausera i Horne'a (CH) oraz Peresa i Mermina (PM). Kandydat pokazał, że te nierówności dla zaproponowanych obserwabli Stokesa są łamane jeśli układ jest m.in.: (a) w stanie czteromodowej ściśniętej próżni, którą można interpretować jako odpowiednik dla zmiennych ciągłych stanu maksymalnie splątanego dwóch kubitów, a także (b) w uogólnionych stanach typu Greenbergera, Horne'a i Zeilingera (GHZ) zdefiniowanych dla trzech modów ściśniętej próżni o dużej intensywności, zwanych stanami typu Bright GHZ (w skrócie BGHZ). Ponadto Kandydat opisał uogólnione nierówności Bella dla swoich obserwabli zakładając scenariusz bardziej realistyczny, tj. uwzględniając skończoną sprawność detektorów i biały szum. W porównaniu do wcześniej badanych obserwabli Stokesa, wydaje się, że łatwiej będzie zademonstrować eksperymentalnie łamanie wspomnianych nierówności dla obserwabli opisanych przez Kandydata dla pól bozonowych o dużej intensywności. Nasuwają się pytania, np. czy te wyniki można uogólnić na przypadek nie tylko skończonej sprawności detektorów, ale też ciemnych zliczeń (ang. dark counts), czy też detektorów nierozróżniających liczby fotonów, albo czyniących to w sposób nieprecyzyjny. Ponadto, nie wiadomo czy te obserwable umożliwiają zdefiniowanie parametrów ilościowych splątania kwantowego. Choć wydaje się, że można zdefiniować miarę nieklasyczości Bella w oparciu o te obserwable Stokesa i zaproponowane dla nich uogólnione nierówności typu CHSH, podobnie jak zdefiniowano tradycyjne miary nieklasyczości Bella w oparciu o oryginalną nierówność CHSH w pracach Horodeckich<sup>5</sup>. Zastanawiam się też, czy można tak zmodyfikować te uogólnione obserwable Stokesa, aby z ich triady dało się utworzyć wektor Blocha, co mogłoby doprowadzić do zdefiniowania nowych praktycznych miar nieklasyczości i opracowania tomografii kwantowej tego wektora. Jestem ciekaw opinii Kandydata

---

correlations in a split two-mode-squeezed Bose–Einstein condensate, *Phys. Rev. A* **104**, 043323 (2021).

<sup>4</sup>Marek Żukowski, Wiesław Laskowski & Marcin Wieśniak, Normalized Stokes operators for polarization correlations of entangled optical fields, *Phys. Rev. A* **95**, 042113 (2017); Marek Żukowski, Marcin Wieśniak & Wiesław Laskowski, Bell inequalities for quantum optical fields, *Phys. Rev. A* **94**, 020102 (2016).

<sup>5</sup>Ryszard Horodecki, Paweł Horodecki & Michał Horodecki, Violating Bell inequality by mixed states: Necessary and sufficient condition, *Phys. Lett. A* **200**, 340 (1995); Ryszard Horodecki, Two-spin-1/2 mixtures and Bell's inequalities, *Phys. Lett. A* **210**, 223 (1996).

w tych kwestiach.

Artykuł [PhD2] pt. „Bosonic fields in states with undefined particle numbers possess detectable non-contextuality features, plus more”, współautorstwa dr. Antonio Mandarino i promotora – prof. Marka Żukowskiego, ukazał się w *New Journal Physics* w r. 2022. Praca ta, podobnie jak pozostałe trzy artykuły, dotyczy opisu nieklasycznych własności pól bozonowych o nieokreślonej liczbie bozonów. Kandydat zaproponował nowe definicje operatorów Pauliego, czyli w pewnym sensie nowe obserwabli Stokesa, i zastosował je w analizie własności niekontekstualnych. Niekontekstualność oznacza, że wartość jakiejś obserwabli jest niezależna od kontekstu doświadczalnego, tj. od zbioru innych współmierzalnych wartości. Według twierdzenia Kochana i Speckera, przewidywania mechaniki kwantowej są sprzeczne z przewidywaniami jakiegokolwiek lokalnie kontekstualnej teorii. Oryginalne prace dotyczące kontekstualności autorstwa Kochana i Speckera<sup>6</sup>, czy też Peresa i Mermina<sup>7</sup> dotyczyły układów o określonej liczbie cząstek, tj. jednej cząstki w przypadku twierdzenia Kochana i Speckera oraz dwóch cząstek w przypadku kwadratu Peresa i Mermina. Twierdzenie to zostało potwierdzone doświadczalnie w różnych układach o określonej liczbie cząstek, natomiast istnieje stosunkowo mało artykułów, w których badano kontekstualność układów o nieokreślonej liczbie cząstek. Jako przykłady takich prac można wspomnieć artykuły grup Otfrieda Gühne<sup>8</sup> i Mauro Paternostro.<sup>9</sup>

Artykuł [PhD2] wpisuje się w tę mało zbadaną tematykę. Mianowicie, Kandydat zdefiniował uogólnione nieskończenie-wymiarowe macierze Pauliego w przestrzeni Focka dla dwóch modów optycznych, które tworzą dwumodową reprezentacją algebry  $su(2)$ . Wspomnę, że jedna z tych macierzy odpowiada jednemu z operatorów Stokesa zdefiniowanych w oparciu o funkcję znaku w pracy [PhD1]. Dla tych obserwabli, Kandydat zaproponował uogólnioną wersję kwadratu Peresa-Mermina i wyprowadził nierówność spełnioną przez dowolną niekontekstualną teorię ukrytych zmiennych (po ang. *noncontextual hidden variable theory*, w skrócie NCHV). Kandydat pokazał, że zaproponowana nierówność jest łamana przez  $2 \times 2$ -modowe stany ściśniętej próżni o dużej intensywności (ang. *bright squeezed vacuum*, w skrócie BSV) i uogólnione stany GHZ pól o dużej intensywności (ang. *bright GHZ*, w skrócie BGHZ). W uzupełnieniu analizy kontekstualności, Kandydat przeanalizował możliwość zastosowania tych operatorów w detekcji splątania kwantowego. Zaproponował wskaźniki splątania i pokazał ich skuteczność w wykrywaniu splątania stanów BSV i BGHZ. Wydaje się, że wyjątkowo cennym wynikiem tego artykułu jest, moim zdaniem, wyprowadzenie warunków koniecznych i dostatecznych splątania  $2 \times 2$ -modowych stanów w oparciu o zaproponowane uogólnione operatory Pauliego. Myślę, że wyniki te umożliwiają wprowadzenie nowych miar splątania stanów nieskończenie-wymiarowych pól o dużej intensywności.

W podsumowaniu wyników prac [PhD1] and [PhD2] podkreślę, że propozycje uogólnionych obserwabli Stokesa i Pauliego są bardzo interesujące i mogą zainspirować badania eksperymentalne, np.

---

<sup>6</sup>Simon Kochen & E. Specker, The problem of hidden variables in quantum mechanics *Indiana Univ. Math. J.* 17, 59–87 (1967).

<sup>7</sup>Asher Peres, Incompatible results of quantum measurements *Phys. Lett. A* **151**, 107 (1990); N. David Mermin, Simple unified form for the major no-hidden-variables theorems, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3373 (1990).

<sup>8</sup>Ali Asadian, Costantino Budroni, Frank E. S. Steinhoff, Peter Rabl & Otfried Gühne, Contextuality in phase space *Phys. Rev. Lett.* **114**, 250403 (2015).

<sup>9</sup>Gerard McKeown, Matteo G. A. Paris & Mauro Paternostro, Testing quantum contextuality of continuous-variable states *Phys. Rev. A* **83**, 062105 (2011).

demonstrację nieklasyczości Bella intensywnych pól optycznych w tradycyjnych układach optyki liniowej, jak i dalsze badania teoretyczne nad określeniem przydatności tych obserwacji nie tylko w detekcji nieklasyczości Bella, splątania i kontekstualności, ale też ich ilościowego opisu. Myślę tu o nowych miarach tych nieklasycznych zjawisk.

Artykuł [PhD3] pt. „Generalization of Gisin’s theorem to quantum fields, którego współautorem jest dr Marcin Markiewicz, został opublikowany w *New Journal Physics* w r. 2024. W pracy tej pokazano, że jakkolwiek czysty stan opisujący splątanie dwóch układów o dowolnej liczbie cząstek (skończonej czy też nieskończonej, określonej czy też nieokreślonej) łamie jakąś nierówność CHSH. Zatem Kandydat udowodnił uogólnione twierdzenie Gisina, które wiąże nieklasyczość Bella i splątanie kwantowe. Warto wspomnieć, że już ponad 20 lat temu Nicolas Gisin udowodnił, że wszystkie dwukubitowe stany czyste łamią jakieś nierówności Bella.<sup>10</sup> Twierdzenie Gisina zostało uogólnione przez wielu autorów, m.in. przez Ming Li i Shao-Ming Fei w roku 2010<sup>11</sup> oraz przez Sixia Yu i współpracowników w roku 2012<sup>12</sup>, którzy pokazali słuszność tego twierdzenia dla dowolnej choć ustalonej liczby cząstek (czy też podukładów) i o dowolnym choć ustalonym ich wymiarze. Nasuwa się pytanie, czy twierdzenie Gisina jest też słuszne dla układów o nieokreślonej liczbie splątanych cząstek. Badania szczególnych układów tego typu są prowadzone od początku lat 1990-tych. Wspomnę np. o pracy Hardy’ego z 1994 roku, w której badano nieklasyczość Bella pojedynczego fotonu<sup>13</sup> oraz o wcześniejszych pracach promotora tej dysertacji z zakresu nielokalności pól ściśniętych typu BSV<sup>14</sup>. Praca Kandydata dowodzi słuszności twierdzenia Gisina w przypadku ogólnym, co świadczy o fundamentalnym znaczeniu tego wyniku.

Artykuł [PhD4] pt. „Open dynamics of entanglement in mesoscopic bosonic systems,” którego współautorem jest prof. UG dr hab. Łukasz Rudnicki, ukazał się w *New Journal Physics* w 2024, podobnie jak artykuły [PhD2] i [PhD3]. W pracy [PhD4] zaproponowano mezoskopowy opis kwantowych pól bozonowych ewoluujących w układach otwartych. W pewnym sensie jest to uogólnienie mezoskopowego formalizmu Roberta Alickiego<sup>15</sup> dla zredukowanego pola (czy też pola w zredukowanym stanie, ang. reduced state field, RSF). Jednak w przeciwieństwie do oryginalnego formalizmu Alickiego, propozycja Kandydata umożliwia także opis ewolucji dwumodowego splątania i nieklasycznych międzymodowych korelacji liczby fotonów, m.in. dwumodowej statystyki subpoissonowskiej liczby fotonów w oparciu o uogólniony parametr  $Q$  Mandela. Formalizm ten można zastosować w opisie ewolucji stanów gaussowskich i co ciekawsze też niegaussowskich. Wyniki wydają się ciekawe, szkoda tylko, że nie zostały one porównane z tradycyjnymi metodami optyki kwantowej stosowanymi w mezoskopowych opisach ewolucji pól optycznych i testach ich nieklasycznych własności, np. z wykorzystaniem macierzy momentów różnych obserwacji, w szczególności funkcji

<sup>10</sup>Nicolas Gisin, Bell’s inequality holds for all non-product states, *Phys. Lett. A* **154**, 201 (1991).

<sup>11</sup>Ming Li & Shao-Ming Fei, Gisin’s theorem for arbitrary dimensional multipartite states, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 240502 (2010).

<sup>12</sup>Sixia Yu, Qing Chen, Chengjie Zhang, C. H. Lai & C. H. Oh, All entangled pure states violate a single Bell’s inequality, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 120402 (2012).

<sup>13</sup>Lucien Hardy, Nonlocality of a Single Photon Revisited, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2279 (1994).

<sup>14</sup>M. V. Chekhova, G. Leuchs & M. Żukowski, Bright squeezed vacuum: Entanglement of macroscopic light beams *Opt. Commun.* **337**, 27 (2015).

<sup>15</sup>Robert Alicki, Quantum features of macroscopic fields: entropy and dynamics, *Entropy* **21**, 705 (2019).

korelacji operatorów liczby cząstek. Jako przykład, wymienię tu kryteria opracowane przez grupy Girisha Agarwala<sup>16,17</sup> i Wenera Vogla,<sup>18</sup> obejmujące kryteria splątania<sup>19</sup> jak i nieklasyczości<sup>20</sup> pól dwu- i wielomodowych. W szczególności nierówność Marka Hillery’ego i Suhaila Zubairy’ego<sup>21</sup>, opisana wzorem (74) w pracy [PhD4], jest szczególnym przypadkiem kryterium splątania kwantowego, które można w prosty sposób wyprowadzić z ogólnego formalizmu Evgeny’ego Shchukina i Wenera Vogla.<sup>22 23</sup>

W artykule [PhD4] Kandydat opisał też splątanie dwumodowych stanów uzyskiwanych w wyniku mieszania pola jednomodowego z próżnią fotonową na płycie światłodzieliącej. Uważam, że te wyniki powinny być zinterpretowane jako potencjały splątania w formalizmie Jánoša Asbótha i in.<sup>24</sup> Warto podkreślić, że potencjały splątania są stosowane zarówno w badaniach teoretycznych jak i doświadczalnych<sup>25</sup> jako miary nieklasyczości pól optycznych. W pracy [PhD4] kilka razy zostało podkreślone (m.in. w streszczeniu i we wnioskach), że: „We showed that the entanglement of two-mode entangled states obtained by the beam splitting of one occupied mode is solely inherited from the sub-Poissonian statistics of the input state.” Jestem zaskoczony tym stwierdzeniem, gdyż uważam, że jakakolwiek forma nieklasyczości pola jednomodowego umożliwia generację splątania kwantowego poprzez zmieszanie tego pola z próżnią na płycie światłodzieliącej. Jednomodowe pole nieklasyczne może być w szczególnym przypadku polem o klasycznej (tj. poissonowskiej) statystyce liczby fotonów, czego przykładem jest światło początkowo w stanie koherentnym rozchodzące się w ośrodku kerrowskim. Tym samym światło, wygenerowane w wyniku zmieszania poissonowskiego pola nieklasycznego z próżnią na bezstratnej płycie światłodzieliącej, jest splątane i miara tego splątania może być traktowana w formalizmie Asbótha i in. jako miara nieklasyczości tego jednomodowego pola. Jestem ciekaw opinii Kandydata w tej kwestii. Tak czy owak, nie jest to istotna uwaga krytyczna i być może cytowana opinia wynika z przyjętych ograniczeń zaproponowanego formalizmu. W podsumowaniu, artykuł [PhD4] podobnie jak pozostałe prace Kandydata oceniam bardzo wysoko.

<sup>16</sup>G. S. Agarwal, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2013).

<sup>17</sup>G. S. Agarwal & K. Tara, Nonclassical character of states exhibiting no squeezing or sub-Poissonian statistics, *Phys. Rev. A* **46**, 485 (1992).

<sup>18</sup>W. Vogel & D.-G. Welsch, *Quantum Optics* (Wiley-VCH, Weinheim, 2006).

<sup>19</sup>E. Shchukin & W. Vogel, Inseparability criteria for continuous bipartite quantum states, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 230502 (2005).

<sup>20</sup>W. Vogel, Nonclassical correlation properties of radiation fields, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 013605 (2008).

<sup>21</sup>M. Hillery & M. S. Zubairy, Entanglement conditions for two-mode states, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 050503 (2006).

<sup>22</sup>E. Shchukin & W. Vogel, Inseparability criteria for continuous bipartite quantum states, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 230502 (2005).

<sup>23</sup>A. Miranowicz, M. Bartkowiak, X. Wang, Y.-X. Liu & F. Nori, Testing nonclassicality in multimode fields: a unified derivation of classical inequalities, *Phys. Rev. A* **82**, 013824 (2010).

<sup>24</sup>J. K. Asbóth, J. Calsamiglia & H. Ritsch, Computable measure of nonclassicality for light, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 173602 (2005).

<sup>25</sup>J. Kadlec, K. Bartkiewicz, A. Cernoch, K. Lemr & A. Miranowicz, Experimental hierarchy of the nonclassicality of single-qubit states via potentials for entanglement, steering, and Bell nonlocality, *Opt. Express* **32**, 2333 (2024); Experimental relative entanglement potentials of single-photon states, *Phys. Rev. A* **110**, 023720 (2024).

### 3 Podsumowanie i końcowa ocena

W podsumowaniu pragnę zaznaczyć, że cele tej rozprawy doktorskiej zostały wyraźnie sprecyzowane w jej streszczeniu i konsekwentnie zrealizowane. Rozwiązane zostały interesujące i aktualne problemy badawcze, a osiągnięte wyniki Kandydata stały się już inspiracją dla innych badaczy. Za interesowania naukowe Kandydata dotyczą teoretycznych podstaw fizyki kwantowej, ale też jej praktycznych aspektów, czego udokumentowaniem jest uzyskany patent europejski za pracę [O3]. Przedstawiona praca doktorska stanowi nowatorskie spojrzenie na aktualne zagadnienia dotyczące opisu zjawisk nieklasycznych w układach bozonowych o nieokreślonej liczbie cząstek. Moim zdaniem jest to wartościowa i stojąca na wysokim poziomie naukowym praca badawcza, w której uzyskano interesujące wyniki o charakterze fundamentalnym. Rozprawa jak i wymienione publikacje jednoznacznie świadczą o tym, że Kandydat jest dojrzałym naukowcem.

Reasumując stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa doktorska spełnia, w mojej opinii, wszelkie wymogi stawiane ustawą z dnia 20 lipca 2018 r. – *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce*. Tym samym stwierdzam, że rozprawa ta stanowi oryginalne rozwiązanie przez jej Autora problemu naukowego dotyczącego podstaw fizyki kwantowej i zasobów fizycznych informatyki kwantowej, a także świadczy o praktycznych umiejętnościach Kandydata w zakresie stosowania nowoczesnych metod analitycznych w tych dziedzinach oraz świadczy o Jego umiejętności prowadzenia badań na wysokim poziomie naukowym.

Dlatego też w przyjemnością wnoszę o dopuszczenie Pana mgr. Konrada Schlichtholza do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Adam Miranowicz