

Prof. dr hab. Marek Czachor  
Instytut Fizyki i Informatyki Stosowanej  
Politechnika Gdańska

Recenzja rozprawy doktorskiej *Mathematical tools for characterizing contextual quantum advantage*, napisanej przez magistra Viniciusa Pretti Rossi

## I.

Rozprawa oparta jest o następujące artykuły, z czego trzy są opublikowane, a jeden jest w chwili obecnej wciąż preprintem:

1. V. P. Rossi, M. J. Hoban, A. B. Sainz, On characterising assemblages in Einstein-Podolsky-Rosen assemblages, *J. Phys. A: Mat. Theo.* **55**, 264002 (2022).
2. J. H. Selby, E. Wolfe, D. Schmid, A. B. Sainz, V. P. Rossi, Linear program for testing nonclassicality and an open-source implementation, *Phys. Rev. Lett.* **132**, 050202 (2024). Preprint arXiv:2204.11905.
3. V. P. Rossi, D. Schmid, J. H. Selby, A. B. Sainz, Contextuality with vanishing coherence and maximal robustness to dephasing, *Phys. Rev. A* **108**, 032213 (2023).
4. A. M. Fonesca, V. P. Rossi, R. D. Baldijão, J. H. Selby, A. B. Sainz, Robustness of contextuality under different types of noise as quantifiers for party-oblivious multiplexing tasks, arXiv:2406.12773 (2024).

Ponadto, napisana w języku Python implementacja algorytmu testującego nieklasyczość modelu probabilistycznego, stanowiącego przedmiot artykułu [2], została umieszczona w otwartym repozytorium GitHub.

5. P. J. Cavalcanti, V. P. Rossi, J. H. Selby, A. B. Sainz, Simplex Embedding for Generalised Probabilistic Theory (GPT) Fragments, <https://github.com/pjcavalcanti/SimplexEmbeddingGPT>

Implementacja w Pythonie stanowi nową wersję programu napisanego wcześniej w Mathematicie, a stanowiącego załącznik do preprintu arXiv:2204.11905. Stosowne pliki można znaleźć jako

6. Pakiet: libcdd-tools (094m-1) [**universe**] <https://packages.ubuntu.com/jammy/amd64/libcdd-tools>

Doktorant ma w swoim dorobku jeszcze dwie publikacje niewchodzące w skład rozprawy doktorskiej. We wrześniu 2024, czyli już kilka miesięcy po złożeniu rozprawy, pojawił się kolejny preprint dotyczący zbliżonej tematyki, napisany przez tę samą grupę autorów,

7. D. Schmid, J. H. Selby, V. P. Rossi, R. D. Baldijão, A. B. Sainz, Shadows and subsystems of generalized probabilistic theories: when tomographic incompleteness is not a loophole for contextuality proofs, arXiv:2409.13024 (2024).

Jak to zwykle bywa z rozprawami opartymi o publikacje wieloautorskie, należy z nich wyłuskać części stanowiące wkład samego doktoranta. Pewne ułatwienie stanowi tu napisany przez niego wstęp, stanowiący (wraz z bibliografią zawierającą 88 pozycji) pierwsze 41 stron rozprawy. Część ta jest napisana w sposób jasny, uporządkowany – i ładnie po angielsku. Nie ma natomiast większego sensu analizowanie powyższych artykułów pod kątem ich redakcji czy sposobu napisania, gdyż jest to dzieło zbiorowe, które przeszło przez wiele etapów redakcyjnych.

Wszyscy autorzy dołączyli oświadczenia o stopniu swojego współautorstwa.

## II.

V. P. Rossi, M. J. Hoban, A. B. Sainz, On characterising assemblages in Einstein-Podolsky-Rosen assemblages, *J. Phys. A: Mat. Theo.* **55**, 264002 (2022).

Wg oświadczenia doktoranta, jest on odpowiedzialny za części 3 i 4 artykułu, przy czym za swój szczególny wkład uznaje definicję 10 oraz dowody twierdzeń 9, 11 i 12. Jeden ze współautorów, M. J. Hoban, przyznaje się do wkładu w dowody twierdzeń 9 i 12. Promotorka rozprawy, A. B. Sainz, ogólnikowo określa swój udział jako wkład do ogólnej koncepcji, dowodów i aspektów edytorskich. Doktorant wspomina również, iż za jego wkład można uznać sam fakt przeformułowania zagadnienia dość ogólnego w problem praktyczny, był również autorem korespondującym.

Podstawowym celem artykułu jest rozwój nowych metod analitycznych, pozwalających na charakterystykę tzw. asamblaży EPR, z zastosowaniami do kilku konkretnych przykładów.

Tytułowy asamblaż jest kolekcją stanów tworzących te ich części, które skorelowane są z konkretnymi pomiarami wykonywanymi przez jednego lub więcej (ale raczej nie wszystkich) uczestników eksperymentu korelacyjnego. W typowym eksperymencie typu EPR-Bell, Alicja wykonuje pewne pomiary i ich wyniki dzielą zbiór danych uzyskiwanych przez Boba na podzbiory. Kolekcja takich podzbiorów to, moim zdaniem, również rodzaj asamblażu, w którym za stan uznajemy zbiór wyników, czyli stan urządzeń pomiarowych. W kontekście mechaniki kwantowej, można mówić o asamblażu (zredukowanych) stanów podukładu (w terminologii rozprawy, taki właśnie stan rzeczy nazywany jest scenariuszem EPR, odróżnianym od scenariusza Bella, opartego o podzbiory danych, czyli korelacji, a nie stanów kwantowych).

Autorzy są zainteresowani asamblażami, które mogą powstawać również w teoriach niemal kwantowych, lub nie posiadających realizacji kwantowych. Wątek ten przewijać się będzie przez wszystkie prace rozprawy, np. przy analizie tzw. uogólnionych teorii probabilistycznych. Z mojego punktu widzenia, wszystkie powyższe teorie uogólnione są jedynie szczególnymi przypadkami czegoś, co mogłoby być jeszcze ogólniejsze (np. lokalnych teorii nieliniowych, albo teorii bazujących na innych definicjach liniowości), czego standardowy paradygmat kwantowej teorii informacji nie bierze pod uwagę, póki co.

Twierdzenie 9 jest odpowiednikiem znanego wyniku Gisin, Houghstona, Jozsy i Woottersa, więc samo twierdzenie nowe nie jest, natomiast zupełnie inna jest idea dowodu oraz język, w którym jest ono sformułowane (definicje 1-8 formalizują co autorzy rozumieją przez niemal kwantowość). Część 4 artykułu wraz z definicją 10 poświęcona jest próbie odpowiedzi na pytanie, do jakiego stopnia korelacje pomiędzy wynikami uzyskiwanymi przez część uczestników eksperymentu (czyli „Alicje”) jest w stanie określić strukturę stanów pozostałego eksperymentatora (czyli „Boba”). W szczególności, co można na podstawie danych korelacyjnych, połączonych z technikami tomograficznymi, powiedzieć o strukturze tensorowej opisującej układ „Bob raz i reszta świata”. Okazuje się, że powyższe dane korelacyjne same w sobie to za mało, żeby strukturę tensorową przestrzeni stanów dało się dookreślić bardziej konkretnie, natomiast można próbować to zrobić wprowadzając dodatkowe założenia, co opisane jest w twierdzeniach 11 i 12, stanowiących kulminację artykułu.

## III.

J. H. Selby, E. Wolfe, D. Schmid, A. B. Sainz, V. P. Rossi, Linear program for testing nonclassicality and an open-source implementation, *Phys. Rev. Lett.* **132**, 050202 (2024).

Wg oświadczenia doktoranta, jego wkład polega zasadniczo na testowaniu i poprawianiu samego kodu napisanego w Mathematicie, testowaniu konkretnych przykładów, poprawianiu dowodów zamieszczonych jako materiały uzupełniające. Jest to zgodne z oświadczeniami pozostałych

współautorów.

Punktem wyjścia jest pojęcie zanurzalności sympleksyjnej (simplex embeddability), wprowadzonego przez Schmida i in. (PRX Quantum, 2:010331, 2021) jako kryterium operacyjnego określającego klasycyzację uogólnionej teorii probabilistycznej. Można je przeformułować jako proste kryterium algebraiczne (równanie 3.21 ze wstępu do rozprawy oraz równania 9a-9b z wersji opublikowanej jako Phys. Rev. Lett. **132**, 050202, 2024), co z kolei daje się przełożyć na algorytm napisany w Mathematicie. Danymi wejściowymi są wektory charakteryzujące stany i pomiary (efekty), natomiast na wyjściu program (a) określa, czy istnieje w tym wypadku model klasyczny, natomiast jeżeli on istnieje, to (b) jest on jawnie konstruowany. Jeżeli model nie istnieje, to program określa wymagany poziom zaszumienia stanu, dla którego model klasyczny będzie istniał. Oczywiście wszystko odbywa się w ramach standardowego paradygmatu, gdzie nie uwzględnia się dalszych poziomów uogólnień, choćby opartych o uogólnioną postać liniowości.

Kontynuacją powyższych wyników jest implementacja w Pythonie, umieszczona w repozytorium GitHub.

#### IV.

V. P. Rossi, D. Schmid, J. H. Selby, A. B. Sainz, Contextuality with vanishing coherence and maximal robustness to dephasing, Phys. Rev. A **108**, 032213 (2023).

Doktorant stwierdza, że przeformułował ogólną ideę jako problem praktyczny, zaimplementował wszystkie obliczenia oraz wygenerował wszystkie wykresy i diagramy. Miał główny wkład w napisanie artykułu, był autorem korespondencyjnym, występuje również jako pierwszy autor. Nie jest to sprzeczne z deklaracjami pozostałych współautorów.

Artykuł jest bezpośrednim zastosowaniem programu opisanego w punkcie poprzednim (który od pierwszego preprintu z kwietnia 2022 do publikacji w styczniu 2024, jest – w sensie uzyskanych wyników – chronologicznie wcześniejszy). Program zostaje przy okazji częściowo zmodyfikowany, żeby uwzględnić konkretny schemat utraty spójności, który jest w pracy analizowany (autorzy zaznaczają, że ogólny model utraty koherencji jest poza zasięgiem tak skonstruowanego oprogramowania).

Autorzy stawiają pytanie, do jakiego stopnia kontekstualność jest odporna na utratę kwantowej koherencji, a w szczególności na częściowe rozfazowanie się stanu kwantowego, w scenariuszu, w którym kontekstowość jest zasobem. Rozpatrywane stany są jedno-kubitowe, a modele szumu są depolaryzujące lub rozfazujące. Odporność na szum jest szczegółowo przeanalizowana w czterech szczegółowych dodatkach.

#### V.

A. M. Fongesca, V. P. Rossi, R. D. Baldijão, J. H. Selby, A. B. Sainz, Robustness of contextuality under different types of noise as quantifiers for party-oblivious multiplexing tasks, arXiv:2406.12773 (2024).

Pojęcie „parity-oblivious multiplexing (POM)” (co chyba można przetłumaczyć jako multipleksowanie z brakiem wiedzy o parzystości ciągów bitów, czyli o ilości powtarzających się jedynek) pojawiło się w kontekście kontekstowości w pracy Spekkensa i in. (Phys. Rev. Lett. **102**, 010401, 2009). Powyższy preprint można uznać za bezpośrednią kontynuację artykułu, który omówiłem powyżej, tyle tylko, że rozszerzoną na kolejne postaci szumu. Podobnie jak w pracy poprzedniej, autorzy posługują się opracowanym wcześniej oprogramowaniem, wykazując tym samym jego użyteczność w zastosowaniu do kolejnych zagadnień związanych z kwantowym przetwarzaniem informacji.

## VI.

Ogólne wrażenie po przeczytaniu recenzowanej rozprawy, a w szczególności jej części wstępnej, jest pozytywne. W moim odczuciu doktorant ma głęboko przemyślane zagadnienia dotyczące kwantowej kontekstowości, w jej różnych odsłonach, potrafi spojrzeć na problem z lotu ptaka i przedstawić go w sposób jasny i uporządkowany. Wydaje się być już ukształtowanym młodym naukowcem, gotowym do podjęcia działań bardziej samodzielnych. Napisana przez niego rozprawa doktorska spełnia formalne wymogi nakładane przez odpowiednie regulacje prawne.

Wnoszę o dopuszczenie go do dalszych etapów procedury związanej z nadaniem stopnia doktora.

*Marek Czachor*

Marek Czachor

Gdańsk, 01.10.2024