

Warszawa, 8 marca 2024

prof. dr hab. Piotr Sułkowski
Katedra Kwantowej Fizyki Matematycznej
Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski
ul. Pasteura 5, 02-093 Warszawa

Ocena dorobku naukowego doktora Macieja Mroczkowskiego w ramach postępowania habilitacyjnego

Tematyka badawcza, osiągnięcie naukowe zgłoszone w ramach postępowania habilitacyjnego

Dr Maciej Mroczkowski prowadzi badania z zakresu teorii węzłów. W swojej dotychczasowej działalności zajmował się problemami dotyczącymi skein modułów, diagramów strzałkowych, oraz węzłów w rozmaitościach innych niż S^3 .

Osiągnięcie naukowe przedstawione przez dr. Mroczkowskiego w ramach postępowania habilitacyjnego stanowi cykl 10 artykułów naukowych, zatytułowany „Diagramy strzałkowe z zastosowaniami do skein modułów i klasycznych węzłów”. Artykuły te ukazały się w czasopismach poświęconych głównie teorii węzłów i topologii, w latach 2009-2022. W siedmiu z tych artykułów dr Mroczkowski jest jedynym autorem, w dwóch współautorem jest jego doktorant (B. Gabrovsek), jeden artykuł został napisany z innym współpracownikiem (M. Dąbkowskim).

Zgodnie z tytułem, tematem wiodącym przedstawionego przez dr. Mroczkowskiego cyklu publikacji są diagramy strzałkowe oraz ich zastosowania do opisu własności i niezmienników węzłów, zarówno klasycznych, jak też w rozmaitościach innych niż S^3 ; w tym drugim przypadku użyteczne jest uogólnienie rozważań do skein modułów. Diagramy strzałkowe reprezentują rzutowanie danego węzła lub splotu na pewną dwuwymiarową przestrzeń, a ambientalne izotopie splotów odpowiadają uogólnionym ruchom Reidemeistera, na które składają się trzy klasyczne ruchy Reidemeistera oraz w ogólności pewne dodatkowe ruchy, zależne od specyfiki danego zagadnienia. Diagramy strzałkowe zostały wprowadzone przez dr. Mroczkowskiego (wraz z M. Dąbkowskim) po raz pierwszy w publikacji [H1] do opisu splotów w rozmaitościach postaci $F \times S^1$ dla orientowalnej powierzchni F . Zostały one uogólnione do powierzchni nieorientowalnych oraz powierzchni Seiferta w pracach [H2,H3]. W pracach tych, przy użyciu diagramów strzałkowych, obliczone są także skein moduły nawiasu Kauffmana dla różnych rozmaitości, między innymi skręconej wiązki S^1 nad płaszczyzną rzutową, przestrzeni soczewkowych $L_{p,1}$, czy też pewnej klasy przestrzeni pryzmowych. Ponadto w pracach [H4,H6], przy pomocy diagramów strzałkowych, obliczone są inne skein moduły: skein moduły HOMFLY-PT, Kauffmana oraz Dubrovnik dla przestrzeni

soczewkowych $L_{p,1}$ (dla odpowiednich zakresów parametru p). Część powyższych wyników podsumowana jest w przeglądowej pracy [H5].

Dr Mroczkowski analizował także inną klasę problemów, dotyczących węzłów klasycznych w S^3 , analizowanych z perspektywy rozwłóknienia Hopfa. Badania węzłów przy pomocy rozwłóknienia Hopfa prowadzone były w latach 90-tych XX w. (przez Fiedlera, Turaeva, etc.). Nie były one jednak szerzej kontynuowane, a do pomysłu tego dr Mroczkowski powrócił ok. ćwierć wieku później. W pracy [H7] wykazał on, iż w wyniku rzutowania splotów wzdłuż włókien S^1 na sferę S^2 również otrzymuje się diagramy strzałkowe, które charakteryzowane są dodatkowym ruchem Reidemeistera. W pracach [H7,H9] dokonał on też klasyfikacji oraz konstrukcji interesujących przykładów dla pewnej klasy węzłów algebraicznych. W pracy [H8] dr Mroczkowski wprowadził nową klasę ruchów dla splotów, także opartą o diagramy strzałkowe. Stosując podobne metody, w pracy [H10] znalezione zostały rodziny węzłów z cyklotomicznymi wielomianami Jonesa, których miara Mahlera wynosi 1.

Powyższe wyniki otrzymane przez dr. Mroczkowskiego są interesujące i wartościowe. Dotyczą one stosunkowo wąskiej tematyki, niemniej jednak zostały one dostrzeżone i miały wpływ na prace innych badaczy. W szczególności, Carrega, Detcherry i Wolff, oraz Aranda i Ferguson korzystali z diagramów strzałkowych by udowodnić pewne własności skein modułów. Inne wyniki otrzymane przez dr. Mroczkowskiego były istotne w rozważaniach dotyczących tzw. hipotezy Wittena (o skończonym wymiarze pewnej klasy skein modułów nawiasu Kauffmana) i jej uogólnień. Wypracowanie formalizmu diagramów strzałkowych stanowi zatem zasługujący na uwagę wkład w rozwój teorii węzłów.

Pozostały dorobek naukowy, działalność organizacyjna i dydaktyczna

Poza omówionym wyżej cyklem publikacji, dr Mroczkowski jest też autorem dwóch innych artykułów [PD1,PD2] opublikowanych po uzyskaniu doktoratu (w roku 2012), oraz dwóch artykułów [AD1,AD2], które napisał przez uzyskaniem doktoratu (w latach 2003-2004). Praca [PD1] poświęcona jest własnościom związanym z liczbą południkową splotów w pełnym torusie; w szczególności wykazane jest, że liczba ta wynosi $2n$ dla tzw. splotów Binga B_n . W artykule [PD2] sklasyfikowane zostały węzły pierwsze do 6 skrzyżowań w pełnym torusie. Wyniki przedstawione w artykułach [PD1,PD2] także związane są z rozważaniami opartymi o własności różnych skein modułów.

Dr Mroczkowski prowadził działalność naukową we współpracy z badaczami z zagranicznych uczelni. Współpraca z M. Dąbkowskim z UT Dallas oraz J. Malesic i B. Gabrovsekiem z Uniwersytetu w Lublanie zaowocowała kilkoma wspólnymi publikacjami; dr Mroczkowski został też promotorem pomocniczym doktoratu B. Gabrovseka. Ponadto współpracował on też z B. Gabrovsekiem oraz S. Lambropoulou i I. Diamantis z Uniwersytetu Technicznego w Atenach w ramach projektu THA-LIS-NTUA.

W ramach pozostałej działalności naukowej i organizacyjnej dr Mroczkowski wypromował 9 magistrantów i kilkunastu licencjuszy, był współorganizatorem trzech

konferencji z serii „Knots in Gdańsk”, prowadził wiele wykładów i ćwiczeń z przedmiotów matematycznych i informatycznych na Uniwersytecie Gdańskim oraz (jeszcze przed uzyskaniem doktoratu) na Uniwersytecie w Uppsali. Ma on duże doświadczenie jako wykładowca, a jego działalność organizacyjną oceniam jako satysfakcjonującą.

Podsumowanie

Podsumowując, głównym osiągnięciem habilitacyjnym dr. Mroczkowskiego jest wprowadzenie i rozwój formalizmu diagramów strzałkowych. Znalazły one zastosowanie w kilku kontekstach w ramach teorii węzłów. Ma on duże doświadczenie jako wykładowca, a jego działalność organizacyjną oceniam jako satysfakcjonującą. W związku z powyższym, popieram nadanie dr. Maciejowi Mroczkowskiemu stopnia doktora habilitowanego i wnoszę o dopuszczenie go do dalszych etapów postępowania habilitacyjnego.

Piotr Sułkowski