

Prof. Henryk Fukś
St. Catharines, 14 listopada 2023 r.

Recenzja dorobku naukowego Pani dr Barbary Wolnik ubiegającej się o stopień doktora habilitowanego

Decyzją Rady Dyscypliny Matematyka Uniwersytetu Gdańskiego z dnia 12 października 2023 r, zostałem powołany do komisji habilitacyjnej Pani dr Barbary Wolnik jako recenzent. Odpowiadając na tę decyzję, załączam moją ocenę dorobku naukowego Pani dr Wolnik, kierując się kryteriami wskazanymi w art. 219 ustawy *Prawo o Szkolnictwie Wyższym i Nauce* z dnia 20 lipca 2018 r.

1 Temat badań - uwagi wstępne

Cykl publikacji przedstawionych przez Panią dr Wolnik jako podstawa ubiegania się o nadanie stopnia doktora habilitowanego opatrzony jest tytułem *Wielowymiarowe automaty komórkowe z sąsiedztwem von Neumanna zachowujące sumę stanów*. Zagadnienie to jako przedmiot badań naukowych ma ponad trzydziestoletnią historię, aczkolwiek na początku badane było w przestrzeniach jednowymiarowych. Jednowymiarowe automaty komórkowe można ogólnie traktować jako translacyjnie-niezmiennicze odwzorowania ciągłe w przestrzeni Cantora, a na mocy twierdzenia Curtisa-Hedlunda-Lyndona są one jednoznacznie określone przez regułę lokalną. Podobnie jak i w przypadku wszelkich innych klas przekształceń, naturalnym jest pytanie czy istnieją niezmienniki zachowywane przez automaty komórkowe. Odpowiedź na to pytanie po raz pierwszy pojawiła się początkiem lat 90-tych w pracy T. Hattori i S. Takesue, którzy wprowadzili formalną definicję niezmienników addytywnych i podali ogólny warunek na istnienie niezmiennika dowolnego rzędu n . Dalsze badania w tej dziedzinie koncentrowały się najpierw głównie na niezmiennikach pierwszego rzędu w przestrzeni jednowymiarowej, a nieco później również w dwóch wymiarach.

Istnienie addytywnego niezmiennika określonego słowem a można intuicyjnie zrozumieć na przykładzie automatu binarnego o funkcji globalnej F .

Jeżeli weźmiemy „skończoną” konfigurację x (czyli skończony ciąg symboli alfabetu $\{0, 1\}$ z okresowymi warunkami brzegowymi) i znajdziemy jej obraz w odwzorowaniu F posiadającym taki niezmiennik, a następnie policzymy ile razy słowo a pojawia się w x i $F(x)$, to okaże się, że słowo to pojawia się dokładnie tyle samo razy w obu tych konfiguracjach. Długość słowa a nazywa się rzędem niezmiennika.

Binarne automaty komórkowe posiadające niezmienniki pierwszego rzędu zachowują liczbę jedynek (podobnie jak zer) w skończonych konfiguracjach, zachowują zatem sumę stanów. Podobnie zachowują się automaty z niezmiennikami pierwszego rzędu określone na alfabecie o większej liczbie stanów – również i one zachowują sumę stanów (generalnie nie zachowują jednak częstości pojawień poszczególnych symboli, jak ma to miejsce w automatach binarnych).

Biorąc powyższe pod uwagę, można powiedzieć, że przedmiotem badań Pani dr Wolnik jest teoria addytywnych niezmienników pierwszego rzędu w pewnej klasie wielowymiarowych automatów komórkowych. Przez „pewną klasę” rozumiemy tu automaty z funkcją lokalną o zasięgu 1 w metryce Manhattanu, znaną w literaturze przedmiotu jako reguła z sąsiedztwem von Neumanna. Wybór tej konkretnej klasy jest moim zdaniem jak najbardziej właściwy – są to najczęściej badane i najczęściej używane w zastosowaniach automaty komórkowe w wymiarze większym niż 1. Znacząca większość interesujących zjawisk obserwowanych w automatach komórkowych może być zaobserwowana również w regułach z sąsiedztwem von Neumanna, jest to zatem klasa automatów „wystarczająco obszerna” zarówno do badań teoretycznych jak i do zastosowań w modelach.

2 Ocena głównych osiągnięć

Prace [H1-H8] stanowią spójny cykl artykułów omawiających opisane powyżej zagadnienie. Kluczowym osiągnięciem Pani dr Wolnik, który umożliwił wyczerpującą charakterystykę wielu rodzajów automatów z niezmiennikami, było znalezienie bardzo ogólnych warunków koniecznych i wystarczających jakie dana reguła musi spełniać aby zachowywała sumę stanów w przestrzeni o dowolnym wymiarze. Praca [H1] podaje taki warunek w formie na pierwszy rzut oka nieco przypominającej równanie ciągłości znane w mechanice płynów, ale wykorzystującej raczej geometryczne własności sąsiedztwa von Neumanna niż prądy czy też przepływy „cząstek”, jak to miało miejsce we wcześniejszych pracach dotyczących automatów jedno- i dwuwymiarowych.

Praca [H2] podaje ten warunek w formie twierdzenia o dekompozycji. Twierdzenie o dekompozycji to wynik bardzo prosty i elegancki w swej formie,

a jednocześnie bardzo użyteczny. Jego cenną zaletą jest praktyczność w sensie takim, że umożliwia relatywnie „tanie” wyszukiwanie reguł zachowujących sumę stanów wśród automatów o danym wymiarze d i liczbie stanów Q , bez konieczności przeszukiwania wszystkich reguł, których liczba może być astronomicznie wielka nawet dla względnie małych d i Q .

Zastosowanie tej metody do reguł binarnych w pracy [H3] pozwoliło odkryć, że w wyższych wymiarach w zasadzie nic nowego się nie pojawia, tzn. wszystkie reguły binarne zachowujące sumę stanów zachowują się jak przesunięcie (shift) lub jak reguła elementarna 184 („traffic”). Kiedy dowiedziałem się o tym wyniku w r. 2019, byłem bardzo zaskoczony, albowiem spodziewałem się, że ponieważ w jednym wymiarze przy zwiększeniu liczby sąsiadów pojawiają się nowe i ciekawe w swej dynamice reguły zachowujące sumę stanów, to przy większej liczbie wymiarów, kiedy liczba sąsiadów również rośnie ze wzrostem d , można się podobnie spodziewać czegoś nowego. Tymczasem praca [H3] udowadnia, że nic takiego nie ma miejsca. Uważam ten wynik za bardzo istotne osiągnięcie Pani dr Wolnik.

Praca [H4] przynosi wynik podobnego typu jak poprzednia, tym razem jednak w odniesieniu do odwracalnych automatów o trzech stanach. Okazały się one trywialne, tzn. są przesunięciem (shiftem) w pewnym kierunku przestrzennym. I tym razem wynik ten był możliwy do uzyskania dzięki użyciu twierdzenia o dekompozycji, co jeszcze raz potwierdziło jego użyteczność i znaczenie.

Dla odwracalnych reguł z czterema stanami w dwóch wymiarach opisanych w pracy [H6] sytuacja jest nieco inna, jednak i one okazują się przejawiać cechy jednowymiarowości, zachowują się bowiem jak dwie połączone jednowymiarowe reguły binarne. Opublikowana w tej pracy lista wszystkich możliwych 65 odwracalnych reguł dwuwymiarowych jest tym bardziej interesującym i przełomowym wynikiem, że została uzyskana poniekąd „omijając” bardzo niewygodną własność reguł odwracalnych w wymiarach wyższych niż jeden jakim jest algorytmiczna nierozstrzygalność odwracalności. Pomysł „reprezentacji dwuwarstwowej” użyty dla uzyskania tego wyniku wejdzie z pewnością na trwałe do repertuaru narzędzi używanych przez badaczy automatów komórkowych.

Obok reguł odwracalnych inną klasą automatów dwuwymiarowych scharakteryzowanych przez Panią dr Wolnik (praca [H7]) są automaty zachowujące sumę stanów o symetrii rotacyjnej, które w przypadku 6 stanów $A = \{0, 1, \dots, 5\}$ i odwracalności okazują się tworzyć relatywnie skromny, mianowicie 116-elementowy zbiór. Praca [H7] ponadto przynosi ważny wynik mówiący, iż każdy automat tego typu z $Q = 6$ ale z innym niż A zbiorem stanów jest izomorficzny z jakimś automatem o stanach z A . Jest to zatem kompletna charakterystyka sześciostanowych rotacyjnie symetrycznych au-

tomatów z niezmiennikiem pierwszego rzędu. Wynik tym bardziej istotny, że taki izomorfizm nie musi istnieć w przypadku siedmiu stanów, wykazanie czego jest zresztą również zasługą Pani dr Wolnik *et al.* (wynik opisany w artykule niedawno opublikowanym w *Physical Review E*).

Końcowa praca w przedstawionym cyklu [H8] opisuje również automaty z symetrią rotacyjną, ale już w trzech wymiarach. Najważniejszym wynikiem tej pracy jest twierdzenie, iż najmniejszym zbiorem stanów, który dopuszcza istnienie nietrywialnych automatów z symetrią rotacyjną zachowujących sumę stanów jest zbiór siedmiu liczb tworzących postęp arytmetyczny. Okazuje się ponadto, że jest tylko jeden taki automat. O ile wcześniej minimalna liczba stanów wymagana do istnienia automatów tego typu była znana w jednym i dwóch wymiarach, to praca [H8] dodaje do tej listy $d = 3$, używając przy tym całkiem nowych metod, m.in. twierdzenia o dekompozycji. Przypuszczam, że umożliwi to w przyszłości dalszy postęp w badaniu tego zagadnienia, również dla $d > 3$.

Nie wspominałem tu jeszcze o pracy [H5], która poświęcona jest głównie dwuwymiarowym automatom trójstanowym. Owocem tej pracy było m.in. stworzenie bazy danych z listą wszystkich 1327 dwuwymiarowych automatów zachowujących sumę stanów dla $Q = 3$. Ta baza danych jest publicznie dostępna w repozytorium mostwiedzy.pl, co moim zdaniem jest bardzo dobrym pomysłem i byłoby dobrze, gdyby więcej badaczy automatów komórkowych udostępniało swoje wyniki w ten sposób. Dodam, że również dwie inne bazy danych uzyskane przez Panią dr Wolnik *et al.* zostały udostępnione w tym samym repozytorium: lista jednowymiarowych odwracalnych automatów zachowujących sumę stanów dla $Q \leq 7$ oraz lista dwuwymiarowych automatów z symetrią rotacyjną zachowujących liczbę stanów dla $Q = 7$.

Wszystkie prace z cyklu [H1]–[H8] zostały opublikowane w uznanych czasopismach naukowych, w tym znaczna część w czasopismach o bardzo wysokich notowaniach. Prace mają wielu autorów, jednak jak można się przekonać z przedstawionej dokumentacji, ich pomysłodawcą i autorem głównych twierdzeń i dowodów była Pani dr Wolnik. Znaczną część osób wymienionych jako współautorzy stanowią studenci, którzy odpowiedzialni byli za opracowanie oprogramowania.

Podsumowując, wartość przedstawionego cyklu prac przejawia się w dwóch zasadniczych obszarach:

- (i) wprowadzają one efektywne a nieznane wcześniej metody umożliwiające badanie automatów komórkowych z niezmiennikami;
- (ii) kompletnie charakteryzują kilka odrębnych klas takich automatów, uprzednio nie scharakteryzowanych.

W moim przekonaniu prace [H1]-[H8] stanowią osiągnięcie wnoszące znaczący wkład w rozwój teorii automatów komórkowych i jako takie czynią całkowicie zadość wymaganiom o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt 2 ustawy *Prawo o Szkolnictwie Wyższym i Nauce*.

3 Inne osiągnięcia

Nie będę tu oceniał szczegółowo wszystkich prac przedstawionych w auto-referacie w rozdziale 4.2, ograniczę się tylko do stwierdzenia, że Pani dr Wolnik uzyskała również istotne i bardzo interesujące wyniki badając inne klasy struktur będących uogólnieniem „klasycznych” automatów komórkowych, m.in. automaty afiniczne (rodzaj automatów o stanach ciągłych), automaty stochastyczne oraz automaty deterministyczne na kratkach innych niż kwadratowe. Prace o tej tematyce (w sumie ok 10. artykułów w ostatnich pięciu latach, ze współautorami) poruszają m.in. problemy klasyfikacji gęstości, odwracalności a także identyfikacji automatów komórkowych. Prace te świadczą o tym, że Pani dr Wolnik nie ogranicza swojej aktywności naukowej do jednego wąsko określonego tematu, ale nie stroni od eksploracji zagadnień pokrewnych jak i problematyki o szerszym zakresie. Myślę, że jest to warte podkreślenia.

Osiągnięciach dydaktyczne i organizacyjne wymienione w autoreferacie dają obraz osoby silnie zaangażowanej w pracę z młodzieżą i studentami oraz popularyzację matematyki na wszystkich poziomach, i to w stopniu, który przynajmniej w moim środowisku akademickim byłby uznany za nadzwyczajny (np. 40 wykładów popularnonaukowych rocznie). Pogodzenie tak bogatej działalności popularyzatorskiej z pracą naukową na wysokim poziomie jest dokonaniem rzadko spotykanym i słusznie zostało docenione (podobnie jak i działalność naukowa) wielokrotnymi Nagrodami Rektora UG.

4 Aktywność na arenie międzynarodowej

Miałem przyjemność spotkać Panią dr Wolnik na kilku międzynarodowych konferencjach z cyklu „Automata” organizowanych przez *IFIP Working Group 1.5: Cellular Automata and Discrete Complex Systems*, jak również na konferencjach z cyklu *Summer Solstice International Conference on Discrete Models of Complex Systems*. Za każdym razem byłem pod wrażeniem nie tylko oryginalności i kalibru wyników jakie przedstawiała, ale również profesjonalizmu jej wykładów. Ponadto jest rzeczą niezmiernie godną uznania, iż Pani dr Wolnik pojawia się na konferencjach często nie sama, ale daje szanse uczest-

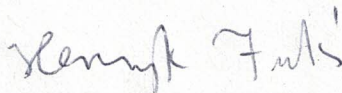
nictwa w nich również swoim studentom.

Współpraca Pani dr Wolnik z grupą KERMIN Uniwersytetu w Gandawie bez wątpienia spełnia kryterium „istotnej aktywności naukowej albo artystycznej realizowanej w więcej niż jednej uczelni” wymaganą przez ustawodawcę w art. 219 ust. 1 pkt 3. Świadczą o tym owoce tej współpracy w postaci całego szeregu prac opublikowanych wspólnie z autorami belgijskimi, a także współ-promocja doktoranta, który w 2019 r. uzyskał doktorat z wyróżnieniem.

5 Wniosek końcowy

Biorąc pod uwagę przedstawioną powyżej pozytywną ocenę cyklu publikacji p.t. *Wielowymiarowe automaty komórkowe z sąsiedztwem von Neumanna zachowujące sumę stanów*, zakres współpracy międzynarodowej oraz wartość całego dorobku naukowego, dydaktycznego i organizacyjnego Pani dr Wolnik stwierdzam, iż w mojej ocenie spełnia ona wszystkie ustawowe wymogi stawiane kandydatom do stopnia naukowego doktora habilitowanego w dyscyplinie matematyka określone w art. 219 ustawy *Prawo o Szkolnictwie Wyższym i Nauce* z dnia 20 lipca 2018 r. Wniosuję zatem o dopuszczenie Pani dr Wolnik do dalszych etapów procedury zmierzającej do nadania stopnia doktora habilitowanego.

Henryk Fuks



Professor of Mathematics
hfuks@brocku.ca