Prof. dr hab. Marek Czachor

Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej

Politechnika Gdańska

Recenzja rozprawy doktorskiej *Non-Separability Indicators for Quantum Optical Fields Involving Intensity Correlation Measurements* mgr Bianki Wołoncewicz

I.

Rozprawa bazuje na czterech artykułach, których mgr Bianka Wołoncewicz jest współautorką, mianowicie:

1. J.Ryu, B. Wołoncewicz, M. Marciniak, M. Wieśniak, M. Żukowski, *General mapping of multiqudit entanglement conditions to nonseparability indicators for quantum-optical fields*. Phys. Rev. Research **1**, 032041(R), 2019.
2. K. Schlichtholz, B. Wołoncewicz, M. Żukowski. *Simplified quantum optical Stokes observables and Bell's theorem*. Scientific Reports, **12**,10101, 2022.
3. T. Das, M. Karczewski, A. Mandarino, M. Markiewicz, B. Wołoncewicz, M. Żukowski. *Can single photon excitation of two spatially separated modes lead to a violation of Bell inequality via weak-field homodyne measurements?* New J. Phys., **23**, 073042, 2021.
4. T. Das, M. Karczewski, A. Mandarino, M. Markiewicz, B. Wołoncewicz, M. Żukowski. *Wave–particle complementarity: detecting violation of local realism with photon-number resolving weak-field homodyne measurements*. New J. Phys. **24**, 033017, 2022.

Powyższe cztery artykuły są obszerne, solidnie wykonane, pozbawione niedociągnięć redakcyjnych, a także opublikowane w bardzo dobrych czasopismach. Problem w tym, iż są wieloautorskie, co stanowi podstawową trudność przy wyłuskiwaniu z nich treści, którą można uznać za rozprawę doktorską mgr Wołoncewicz. Dodajmy dla porządku, iż nie stanowi to całości naukowego dorobku autorki, gdyż w części wstępnej rozprawy znajdujemy informację o dodatkowych sześciu pracach (w tym dwóch preprintach), dotyczących zbliżonej tematyki.

W dalszej części recenzji przeanalizuję każdy z powyższych artykułów pod kątem ich nowatorskości i wkładu, który można przypisać doktorantce. Na zakończenie przyjrzę się wstępowi napisanemu przez doktorantkę i podzielę się kilkoma uwagami natury ogólnejniejszej.

Dodam od razu na tym etapie, iż w mojej opinii jest to dobra praca doktorska, zasługująca na przyznanie mgr Biance Wołoncewicz stopnia doktora w dziedzinie nauk fizycznych.

II.

J.Ryu, B. Wołoncewicz, M. Marciniak, M. Wieśniak, M. Żukowski, *General mapping of multiqudit entanglement conditions to nonseparability indicators for quantum-optical fields*. Phys. Rev. Research **1**, 032041(R), 2019.

Wg załączonych oświadczeń, głównymi autorami artykułu byli J. Ryu i doktorantka, wszyscy współautorzy brali udział w dyskusjach i redakcji tekstu, M. Marciniak wniósł wkład w jeden przykład, a promotor zainicjował temat, napisał część o teorii koherencji oraz nadzorował całość prac. J. Ryu zadeklarował, iż wniósł wkład w zainicjowanie projektu oraz rachunki numeryczne i analityczne.

Doktorantka napisała w swym oświadczeniu, iż sama idea podstawowego homomorfizmu pojawiła się w dyskusjach z M. Żukowskim po złożeniu przez nią pracy magisterskiej, pisanej również pod jego kierunkiem. Zwróciła bowiem uwagę promotora na problem niezależności warunków splątania od wydajności detektorów. Następnie zaangażowała się w problem sformułowania i uogólnienia wspomnianego homomorfizmu, wyprowadzenie warunków splątania i analizę ich zależności od wydajności detektorów. Wniosła wkład w model szumu, analizę wielomodowych stanów ściśniętych oraz obliczenia numeryczne.

Sam pomysł artykułu polega na wykazaniu, iż standardowe operatory tzw. świadków splątania skorelowanych kuditów (o wymiarach $d \geq 2$) można uogólnić w sposób mający bezpośrednie przełożenie na formalizm kwantowo-optyczny. Robi się to przy pomocy odwzorowania Jordana-Schwingera (w którym macierze J_{kl} zastępuje się operatorami $\Sigma_{kl}\, a^{+}_{k} J_{kl}\, a_{l}$). W przypadku świadków splątania dla kubitów, macierze J_{kl} są macierzami Pauliego lub jedynką, a dla kuditów ich wielowymiarowymi uogólnieniami tworzącymi bazę w przestrzeni macierzy o odpowiednim wymiarze. Jeżeli J_{kl} są macierzami momentu pędu, to $\Sigma_{kl}\, a^{+}_{k} J_{kl}\, a_{l}$ nazywamy operatorami Stokesa. Operatory Stokesa podzielone przez $\Sigma_{kl}\, a^{+}_{k}\, \delta_{kl}\, a_{l}$ nazywamy unormowanymi operatorami Stokesa, ale żeby uniknąć dzielenia przez zero, taki unormowany operator obkładamy projektorem na podprzestrzeń, która nie jest anihilowana przez operatory anihilacji pojawiające się w powyższych sumach. W pracy porównuje się kryteria separowalności formułowane przy pomocy zarówno zwykłych operatorów Stokesa, jak i ich wersji unormowanych. Wersje unormowane pozwalają dużo wydajniej charakteryzować splątanie stanów mieszanych lub czystych.

Zarys takiego sformułowania można już znaleźć w trzech wcześniejszych pracach pozostałych współautorów (M. Żukowski, W. Laskowski, M. Wieśniak, Phys. Rev. A **94**, 020102(R), 2016; Phys. Scr. **91**, 084001, 2016; M. Żukowski, M. Wieśniak, W. Laskowski, Phys. Rev. A **95**, 042113, 2017), gdzie wykazano rozliczne zalety kryteriów splątania formułowanych przy pomocy unormowanych operatorów Stokesa, a nie – jak to robiono wcześniej – przy pomocy zwykłych operatów Stokesa. Również idea zastąpienia świadków splątania indykatorami splątania dla kwantowych pól optycznych, konstruowanymi przy pomocy odpowiednich operatorów Stokesa, pojawia się w trzecim z powyższych artykułów (Phys. Rev. A **95**, 042113, 2017).

Tyle tylko, że w owych trzech pracach zajmowano się kubitami (a nie kuditami), a wyprowadzone tam warunki były co najwyżej konieczne, a nie konieczne i wystarczające. Obecny artykuł uogólnia powyższe „stare" wyniki, wyprowadzając warunki konieczne i wystarczające, stosujące się na dodatek do kuditów o wymiarach większych niż 2. Inne też jest podejście do problemu wydajności detektorów.

Praca rozpoczyna się od ponownego przeanalizowania przypadku kubitów, wyjaśnione jest dlaczego odwzorowanie świadków splątania w indykator splątania jest w tym wypadku izomorfizmem (M. Marciniak, matematyk, zaznaczył w swoim oświadczeniu, iż czuwał nad formalnymi matematycznymi aspektami artykułu), po czym analizuje się przypadek niedoskonałych detektorów o wydajności $0 < \eta < 1$ (autorzy używają tu triku, polegającego na umieszczeniu przed idealnym detektorem dzielnika wiązki, odbijającego część fotonów). W wypadku stanów Foka o n fotonach wartość średnia indykatora splatania mnoży się przez człon postaci $1-(1-\eta)^n$, a zatem dla dużych n straty powodowane niewydajnością detektorów stają się pomijalne. Część kubitowa jest uzupełniona uwagami na temat indykatorów splątania dla większej liczby kubitów.

Rozdział *General theory* poświęcony jest uogólnieniu z kubitów na kudity, przy czym kanonicznym przykładem kuditu jest stan wytwarzany przez interferometr o dowolnej liczbie d kanałów wyjściowych (stąd termin ku*d*it, w takiej zresztą formie, z kursywą w środku wyrazu, pojawiający się w tytule preprintu w arXiv i materiałów uzupełniających). Wyprowadzone są wszystkie odpowiedniki wcześniejszych rezultatów kubinarnych, po czym następuje przykład interferometrów generujących bazy nieobciążone (unbiased bases). Do prac nad niniejszym przykładem przyznają się zarówno doktorantka jak i M. Marciniak. Wprowadza się tu pewne niehermitowskie „obserwable", które mają tę cechę, że stanowią bazę w przestrzeni macierzy $d \times d$ jeżeli d jest potęgą liczby pierwszej (co ma związek z istnieniem bazy nieobciążonej). Przy ich pomocy konstruuje się formalny indykator splątania, który jednak ze względu na swoją niehermitowskość nie może być bezpośrednio związany z danymi pomiarowymi. Aby usunąć tę niedogodność, wprowadza się pewną modyfikację, prowadzącą do kryterium seperowalności opartego o nierówność Cauchy'ego-Schwartza. Część ostatnia artykułu dotyczy problemu koherencji, czyli została napisana przez M. Żukowskiego.

Artykuł uzupełniony jest materiałami dodatkowymi, które dostępne są na stronie Physical Review (plik SI_PRR_2.pdf). Znajdujemy tam bardzo szczegółowo opisane rachunki i przykłady, które w wersji zasadniczej artykułu są w gruncie rzeczy tylko streszczone, lub sygnalizowane. Co istotne, podkreśla się tam, iż wszystkie nowowyprowadzone kryteria splątania są uogólnieniami wcześniejszych wyników, bazujących na mniej ogólnych formalizmach, w szczególności na wynikach opisanych w dwóch pracach przez pozostałą czwórkę autorów (J. Ryu, M. Marciniak, M. Wieśniak, M. Żukowski).

W moim odczuciu, pomimo wieloautorstwa publikacji, materiał w niej przedstawiony można uznać za solidny rozdział doktoratu mgr Wołoncewicz.

III.

K. Schlichtholz, B. Wołoncewicz, M. Żukowski. *Simplified quantum optical Stokes observables and Bell's theorem*. Scientific Reports, **12**,10101, 2022.

Wg oświadczenia promotora, wyniki numeryczne i obliczenia są wykonane przez pozostałą dwójkę autorów, im też należy przypisać samo postawienie problemu opisanego w artykule. W oświadczeniu zamieszczonym w samym artykule, stwierdza się, iż wszyscy autorzy wnieśli taki sam wkład. K. Schlichtholz zadeklarował, że po prostu wniósł wkład w poszczególne części artykułu. Doktorantka napisała, iż na pomysł problemu wpadli w ramach dyskusji z Konradem Schlichtholzem, gdy wspólnie pracowali nad innym zagadnieniem, po czym wyszczególniła co konkretnie uważa za swój wkład, co brzmi podobnie do oświadczenia złożonego przez Schlichtholza. Jak rozumiem, artykuł należy więc traktować jako wspólne dzieło obu doktorantów, których praca była nadzorowana przez promotora. Konrad Schlichtholz będzie mógł w przyszłości potraktować wyniki z artykułu jako element swojej rozprawy doktorskiej.

Idea artykułu polega na zdefiniowaniu optycznych obserwabli typu tak-nie poprzez znak różnicy natężeń (czyli operatorów liczby cząstek) dwóch kanałów wyjściowych binarnego dzielnika wiązki. Wartości takiej obserwabli to ± 1 lub 0. Ponieważ w nierównościach typu CHSH potrzebna jest obserwabla binarna, przypadek zerowy interpretujemy jako -1 (czyli „tak" = 1, „nie" = 0 lub -1). Tak zdefiniowana obserwabla nie jest dokładnie równoważna operatorowi Stokesa (który, w zależności od definicji, jako wartości własne może mieć liczby całkowite lub wymierne z przedziału $[-1,1]$), ale jest szczególnie przydatna, gdy zamiast stanu singletowego dwóch cząstek rozważamy stany wielocząstkowe w rodzaju jasnej ściśniętej próżni, a interesują nas zwykłe binarne nierówności typu CHSH lub CH. Na dodatek, można jej użyć jako dodatkowego narzędzia do analizy eksperymentów, w których testowano splątanie stanów za pomocą operatorów Stokesa, jest więc użyteczna z punktu widzenia dodatkowych testów splątania w oparciu o dostępne dane z innych eksperymentów, co jest zagadnieniem ciekawym samym w sobie.

W artykule porównywane są różne nierówności typu Bella, przy czym bada się ich łamanie dla dwóch rodzin stanów uogólniających stan singletowy: jasnej (bright) ściśniętej próżni i jasnego stanu GHZ. W tym drugim przypadku autorzy używają wyników, które opisali w innej wspólnej pracy (K. Schlichtholz, B. Wołoncewicz, M. Żukowski, *Nonclassicality of bright Greenberger-Horne-Zeilinger–like radiation of an optical parametric source*, Phys. Rev. A **103**, 042226, 2021), która jednak nie wchodzi w skład recenzowanej rozprawy doktorskiej. Podejrzewam, iż będzie ona częścią doktoratu drugiego z doktorantów, gdyż sama w sobie jest niezwykle interesująca i niebanalna.

Po wprowadzeniu definicji obserwabli (nazwanych znakowymi operatorami Stokesa) i przeanalizowaniu ich podstawowych własności, autorzy przechodzą do odpowiednika nierówności CHSH, której testem mają być korelacje generowane przez jasną ściśniętą próżnię, charakteryzowaną przez współczynnik Γ, związany z natężeniem pola wymuszającego emisję wielofotonową. Stopień złamania nierówności zależy of parametru Γ, przy czym zależność od Γ nie jest monotoniczna, co, jak sugerują autorzy, jest artefaktem numerycznym, biorącym się z faktu, że przy konkretnych obliczeniach obcinają maksymalną liczbę fotonów. Natomiast porównanie z analogicznymi wynikami uzyskanymi przy pomocy unormowanych operatorów Stokesa wskazuje na większy stopień złamania nierówności, jeżeli używa się „znakowych" obserwabli, niż gdyby pracować z obserwablami unormowanymi (przypomnijmy, iż te drugie nie są obserwablami typu tak-nie, gdyż ich wartości własne są dowolnymi liczbami wymiernymi z przedziału $[-1,1]$).

Kolejnym krokiem jest zrozumienie relacji między Γ a wydajnością detektora, ale tu, szczerze mówiąc, nie do końca zrozumiałem co autorzy mają na myśli. Piszą o k fotonach docierających do nieidealnego detektora i pokazują wykresy łączące parametr Γ z krytyczną wydajnością detektora (taką, dla której nierówność jest łamana), ale nie jest jasne do jakiego stopnia zachowanie się wyrysowanych krzywych zależy od parametru obcięcia, a że zależność taka może wystąpić – sami przed chwilą wykazali.

Oprócz nieidealnych detektorów dodatkowym zakłóceniem może być po prostu szum. Jest on w pracy modelowany stanem mieszanym, w którym z równymi prawdopodobieństwami pojawiają się stany czyste, odpowiadające czterem wektorom budowanym na podobieństwo czterech stanów 2-kubitowej bazy Bella, ale tutaj mają postać podobną do jasnej ściśniętej próżni. Czyli rozpatruje się łamanie nierówności CHSH dla macierzy gęstości będącej wypukłą kombinacją szumu i jasnej ściśniętej próżni. Parametr Γ pojawia się zarówno w szumie jak i w interesującym nas stanie czystym, a stopień zmieszania stanu opisuje prawdopodobieństwo q (widzialność stanu ściśniętego). Nie są opisane własności owych czterech stanów wchodzących w skład szumu, ale chyba nie są one wzajemnie ortogonalne. W tym sensie nie jest to ogólny model szumu, raczej po prostu przykładowy szum, pozwalający policzyć jego wpływ na łamanie nierówności CHSH, rozpatrywanej z punktu widzenia operatorów „unormowanych" i „znakowych". Następnie porównuje się krytyczną wartość widzialności jako funkcji parametru Γ, ale ponownie nie jest wyjaśniony wpływ parametru obcięcia na kształt wykresu.

Analiza ściśniętej próżni jest zakończona przykładem nierówności CH. Ponieważ nierówności CH operują na poziomie prawdopodobieństw, operatory „znakowe" i „unormowane" są zastąpione ich „połówkami", odpowiadającymi dodatnim wartościom własnym w odpowiednich rozkładach spektralnych. Okazuje się, iż wypadku obcięcia na poziomie 50 fotonów, nierówności „znakowe" są łamane w większym zakresie parametru Γ, niż ma to miejsce w przypadku „unormowanym".

W kolejnym rozdziale artykułu porzucamy już ściśniętą próżnię, a przechodzimy do trzymodowego jasnego stanu GHZ. O ile poprzedni stan był dwuwiązkowy, czyli w eksperymencie mieliśmy dwa laboratoria (Alicja i Bob), to w przypadku GHZ mamy trzy wiązki fotonów i trójkę obserwatorów. Nierówności CHSH i CH trzeba zastąpić jakąś nierównością dla trzech obserwatorów. Wybór padł na nierówność Mermina. Podstawowe wyniki techniczne zostały już opublikowane wcześniej w innej pracy, więc koncentrujemy się jedynie na kwestii łamania nierówności. Znowu pojawiają się odpowiedniki parametru Γ i wydajność detektorów. Podstawowym trudnością techniczną jest tutaj fakt, iż problem zbieżności szeregu perturbacyjnego jest bardzo skomplikowany matematycznie, wymaga stosowania wyrafinowanych technik aproksymacyjnych, i chyba nie jest jeszcze do końca rozstrzygnięty w literaturze. Jestem tutaj pełen uznania dla ilości włożonej pracy i precyzji myślenia autorów.

Podsumowując tę część, jest ona bardzo obszerna, a w pewnym stopniu wykorzystuje inne, wcześniejsze wyniki tej samej trójki autorów, które jednak nie są traktowane jako część rozprawy doktorskiej. Znowu należy stwierdzić, iż można omawiany artykuł potraktować jako solidny rozdział doktoratu mgr Wołoncewicz.

IV.

(a) T. Das, M. Karczewski, A. Mandarino, M. Markiewicz, B. Wołoncewicz, M. Żukowski. *Can single photon excitation of two spatially separated modes lead to a violation of Bell inequality via weak-field homodyne measurements?* New J. Physics, **23,** 073042, 2021.

(b) T. Das, M. Karczewski, A. Mandarino, M. Markiewicz, B. Wołoncewicz, M. Żukowski. *Wave-particle complementarity: detecting violation of local realism with photon-number resolving weak-field homodyne measurements*. New J. Phys. **24**, 033017, 2022.

Przechodzimy teraz do dwóch artykułów napisanych przez szóstkę autorów, których nazwiska ustawiono alfabetycznie, więc umieszczenie doktorantki na przedostatnim miejscu nie powinno być interpretowane jako ocena jej wkładu. Artykuły można potraktować jako dwie części większej całości, gdyż zostały opublikowane w tym samym czasopiśmie i mają podobną strukturę. Przy analizie artykułu (b) pominę część dotyczącą eksperymentu GPY (P. Grangier, M. J. Potasek, B. Yurke, Phys. Rev. A **38**, 3132(R), 1988), gdyż wg oświadczeń doktorantki i promotora, całość tych wyników jest autorstwa M. Żukowskiego. Interesująca nas część obu artykułów dotyczy więc dwóch eksperymentów (myślowych) mających ilustrować nielokalność pojedynczego fotonu, mianowicie TWC (S. M. Tan, D. F. Walls, M. J. Collett, Phys. Rev. Lett. **66**, 252, 1991) oraz Hardy'ego (L. Hardy, Phys. Rev. Lett. 73, 2279, 1994), przy czym TWC stanowi wspólny mianownik obu artykułów doktorantki. Artykuł (b) był poprzedzony preprintem (arXiv:2102.03254 [quant-ph]), w którym przedstawiono klasyczny model z lokalnymi zmiennymi ukrytymi, odtwarzający prawdopodobieństwa z eksperymentu TWC.

Z pozostałych oświadczeń współautorów wnoszę, iż ich wkład techniczny związany był głównie z symulacjami numerycznymi, natomiast T. Das dodał, iż miał pewien wkład w model ze zmiennymi ukrytymi, opisany w artykule (b). A. Mandarino zaznaczył iż w obu artykułach wykonał pewne, bliżej nieokreślone obliczenia.

W moim odczuciu powyższe dwa artykuły stanowią zasadniczą część rozprawy doktorskiej.

Przejdźmy teraz do analizy bardziej szczegółowej. Oba rodzaje eksperymentów mają podobną strukturę. Pojedynczy foton pada na zwierciadło półprzepuszczalne, po czym oba kanały wyjściowe kierowane są do interferometrów, gdzie interferują ze światłem znajdującym się w stanie koherentnym, charakteryzowanym przez pewien parametr α (w ogólności różne α dla różnych interferometrów). Urządzenia, w których foton interferuje ze stanami koherentnymi, można traktować jako części detektorów badających stan pojedynczego fotonu. W tym sensie można mówić, iż mamy do czynienia z eksperymentem na pojedynczej cząstce, mimo iż stany koherentne zawierają dowolne ilości fotonów. TWC różni się od propozycji Hardy'ego rodzajem stanu na wejściu oraz własnościami parametrów α.

Pierwszym interesującym wynikiem pracy (a) jest analiza nierówności CHSH sformułowanej przy pomocy unormowanych operatorów Stokesa, o których już wcześniej mówiliśmy. Otóż okazuje się, że funkcje korelacji używane przez Tana, Wallsa i Colletta, a wprowadzone przez Reida i Wallsa (M. D. Reid, D. F. Walls, Phys. Rev. A **34**, 1260, 1986), co prawda prowadzą do złamania w tym konkretnym eksperymencie nierówności CHSH, ale wymagają dodatkowego założenia, niezbędnego dla wyprowadzenia samej nierówności. Oznacza ono, że całka $\int d\lambda \rho(\lambda) I_1(\theta_1,\lambda) I_2(\theta_2,\lambda)$, pojawiająca się w mianowniku funkcji korelacji Reida-Wallsa, nie zależy od parametrów θ. Założenie to, naturalne w optyce klasycznej, nie jest spełnione np. elektrodynamice stochastycznej, więc jego fizyczność nie jest oczywista. Złamanie takiej konkretnej nierówności CHSH oznacza więc jedynie niespełnienie jednego z założeń przyjętych przy jej wyprowadzeniu, czyli niekoniecznie samego postulatu o istnieniu klasycznych, lokalnych zmiennych ukrytych, a tego miał dowodzić eksperyment myślowy TWC. Co ciekawe, jeżeli zastąpić funkcje korelacji Reida-Wallsa unormowanymi operatorami Stokesa, można wyprowadzić nierówność CHSH, omijając owo kontrowersyjne dodatkowe założenie. Niestety, i to jest pierwszy nowy wynik artykułu, w takim wypadku uzyskuje się funkcję korelacji, która nie łamie nierówności CHSH dla żadnej wartości parametru α, a więc eksperymentu TWC nie można traktować jako testu postulatu o lokalnych zmiennych ukrytych. Rezultatu takiego należało zresztą oczekiwać już na podstawie modelu ze zmiennymi ukrytymi, wprowadzonego wcześniej we wspomnianym preprincie tej samej szóstki autorów. Wynik wpisuje się w omawiane wcześniej zalety unormowanych operatorów Stokesa, w porównaniu do ich wersji nieunormowanej. Przykład eksperymentu TWC jest chyba pierwszym w literaturze konkretnym przypadkiem sytuacji, w której nieunormowane operatory Stokesa dają ewidentnie zły wynik, co jest oczywiście bardzo interesujące.

W następnej części artykułu pojawia się bardzo pogłębiona analiza relacji pomiędzy nierównościami CHSH i CH. Motywację do przejścia od CHSH do CH stanowi – jak rozumiem – fakt, iż Hardy w swojej pracy używał CH (chociaż w streszczeniu swojej pracy Hardy pisze, iż jest to dowód bez nierówności Bella, na koniec przeprowadza test oparty o CH). Pozwoli to na bezpośrednie zastosowanie teorii równocześnie do TWC, Hardy'ego oraz zaproponowanej w artykule modyfikacji schematu Hardy'ego. Źródłem analizowanych trudności jest obecność zerowej wartości własnej unormowanych operatorów Stokesa, odpowiadającej przypadkowi stanu próżni (w definicji unormowanego operatora Stokesa występuje projektor rzutujący na stany inne niż próżnia; jeżeli jednak stanem okaże się próżnia, projektor generuje zerową wartość własną operatora). Zwykła relacja pomiędzy CHSH a CH zachodzi dla obserwabli tak-nie, o wartościach własnych ± 1, stąd obecność trzeciej wartości własnej prowadzi do trudności. W pracy dotyczącej znakowych operatorów Stokesa, problem zerowej wartości własnej udało się obejść, przyjmując że wynik zero traktujemy jako „nie". Warto na marginesie zaznaczyć, że innym użytecznym sposobem pozbycia się zera jest w takich przypadkach przyjęcie, iż w wypadku braku detekcji po prostu rzucamy monetą i losowo wybieramy plus lub minus, co można formalnie dołączyć jako element modelu ze zmiennymi ukrytymi.

Łamanie nierówności CH jest następnie sprawdzone w schemacie Hardy'ego, ale przy założeniu, że – podobnie jak w TWC – stan początkowy nie zawiera składowej próżniowej. Schemat Hardy'ego zakłada, że spośród czterech obserwabli, A, A', B, B', pojawiających się nierówności CH, obserwable A oraz B odpowiadają próżniowym stanom koherentnym i lokalnym interferometrom działającym jak operatory identycznościowe, natomiast operatory A' oraz B' odpowiadają interferometrom o niezerowych wartościach parametrów α interferujących stanów koherentnych (schemat homodynowy) oraz lokalnym interferometrom opisywanym przez dodatkowe parametry określające prawdopodobieństwa ich dwóch stanów wyjściowych (jak sądzę, mogą to być interferometry Macha-Zehndera, w których dzielniki wiązek są niesymetryczne lub występują nietrywialne przesunięcia fazowe). Przy pomocy optymalizacji numerycznej wykazano, że lewe ograniczenie nierówności CH (czyli -1) może być złamane do wartości $-1{,}0239$, przy optymalnym wyborze lokalnych interferometrów. Prawego ograniczenia (czyli 0) nie udało się złamać.

Następnie podjęto próbę złamania nierówności w przypadku, gdy obserwable A oraz B scharakteryzowane są przez taki sam parametr α, a obserwable A' oraz B' przez taki sam parametr α', przy czym α' może być różne od α. Numerycznie wykazano, że złamanie nierówności jest możliwe dla małych niezerowych wartości α, ale nie jest możliwe jeżeli $\alpha = \alpha'$.

Artykuł zasadniczo kończy analiza nierówności CHSH jako indykatorów splątania, analizowanych w pierwszych dwóch artykułach wchodzących w skład rozprawy. Okazuje się że znowu formalizm używający unormowanych operatorów Stokesa daje w wypadku TWC lepsze wyniki niż formalizm w rodzaju Reida-Wallsa, oparty o operatory nieunormowane. Autorzy zwracają uwagę, iż na pierwszy rzut oka należałoby oczekiwać relacji odwrotnej, gdyż funkcje korelacji używane w analizach lokalności TWC dawały mocniejsze złamanie nierówności CHSH, jako że używano funkcji korelacji opartych o operatory nieunormowane.

Należałoby jeszcze wspomnieć o dwóch dodatkach technicznych, dołączonych jako uzupełnienie do artykułu. Dotyczą one alternatywnego sposobu wykonywania obliczeń w konfiguracjach homodynowych, gdzie stany koherentne pola są jawnie wbudowywane w strukturę kwantowych prawdopodobieństw modelowanych nie przez projektory, ale przez POVM (positive operator-valued measures), które z klasycznego punktu widzenia są odpowiednikiem rachunku prawdopodobieństwa opartego o zbiory rozmyte. Oczywiście wyniki oparte o POVM są równoważne rachunkom przedstawionym w artykule.

Kończąc analizę pracy (a) możemy stwierdzić, że zawiera ona kilka nowych, a nawet zaskakujących wyników. Wyraźnie też widać, które części artykułu wymagały złożonych symulacji numerycznych, do których przyznają się współautorzy doktorantki.

Mamy więc do czynienia z kolejną częścią rozprawy, którą można potraktować jako solidny rozdział napisany przez doktorantkę.

V.

Pozostało nam przyjrzenie się pracy (b). Składa się ona z dwóch części. W pierwszej konstruuje się model ze zmiennymi ukrytymi odtwarzający prawdopodobieństwa z pracy TWC. Jest to oczywiście „gwóźdź do trumny" dla jakichkolwiek prób wykazania, iż eksperyment TWC wykazuje nielokalność w sensie Bella. W części drugiej, autorzy proponują modyfikację konfiguracji TWC poprzez odpowiednie zdefiniowanie obserwabli A, A', B, B', pojawiających się w nierówności CH. Obserwable A, B, odpowiadają stanom koherentnym z parametrem $\alpha = 0$, natomiast A', B', odpowiadają $\alpha_1 = \alpha \exp(i\theta_1)$, $\alpha_2 = \alpha \exp(i\theta_2)$, przy czym dzielniki wiązek w lokalnych interferometrach mają przepuszczalność T, niekonieczne typu 50:50. Następnie obliczone są prawdopodobieństwa p(A,B) itd., pojawiające się w nierówności CH, co kulminuje eleganckim wzorem (16) na kombinację prawdopodobieństw pojawiającą się się w nierówności. Pozostaje określić wartości parametrów α, θ_1, θ_2, T, dla których można maksymalnie przekroczyć lewe ograniczenie nierówności, czyli -1. Metodami numerycznymi ustalono, że maksymalne złamanie nierówności wynosi $-1{,}010$, przy parametrach $\alpha^2 = 0{,}196$. $T = 0.804$, $\theta_1 - \theta_2 = \pi/2$.

VI.

Artykuły opublikowane w dobrych czasopismach są zazwyczaj pozbawione błędów edytorskich. Już z obowiązku recenzenckiego zwrócę uwagę na kilka drobnych niedociągnięć samego wstępu. W trzeciej linijce pod wzorem (9) indeksy przy operatorach anihilacji powinny wynosić k, m, a nie j, k. We wzorze (13), po lewej stronie równania, brakuje sprzężonego operatora $\mathcal{U}(\eta)$. Na stronie 21 fraza „A violation of (36)" powinna zawierać (38), a nie (36). Akapit pod wzorem (42) jest niezrozumiały, gdyż odniesienie do wzoru (42) pojawia się trzy razy, co jest błędem. Pod wzorem (43) powinno być $x(y)$, $a(b)$ – dolne indeksy są błędne. Pomijam drobne literówki w samym tekście, zarówno polskim jak i angielskim, natomiast pisanie małą literą nazwiska Mermin jest nietaktem, na który uczulam.

VII.

Na zakończenie kilka uwag ogólnych, dotyczących meritum rozprawy. Chętnie na ten temat podyskutuję podczas obrony doktoratu.

Autorzy słusznie mówią o nieklasyczności pojedynczego fotonu, a nie jego nielokalności. Pojedynczy foton, podobnie jak każda kwantowa cząstka, może być w stanie superpozycji różnych przestrzennych lokalizacji. Zwykły oscylator w stanie podstawowym opisywany jest gaussianem, który też można traktować jako jako stan na wyjściu interferometru o nieskończonej liczbie kanałów wyjściowych. Nie należy tego zjawiska jednak mieszać z nielokalnością typu EPR lub Bella, która ma zupełnie inne znaczenie.

Szczerze powiedziawszy, o ile mi wiadomo, pierwszą pracą opisującą twierdzenie typu Bella, bez nierówności, właśnie dla pojedynczego fotonu w interferometrze, nie jest praca Hardy'ego, ale moja (M. Czachor, Phys. Rev. A **49**, 2231, 1994). Hardy wysłał swoją pracę do druku już po ukazaniu się mojego artykułu. Nie zacytował jej, choć ją dobrze znał, przez co niejako znikła z cytowań w tym kontekście. Ciekaw jestem co doktorantka sądzi o takim jak moje podejściu do nielokalności pojedynczego fotonu.

Jeśli chodzi o kwestię, wielokrotnie analizowaną w cytowanych publikacjach, czy foton za zwierciadłem można traktować jako stan splątany z próżnią, należy zwrócić uwagę na fakt, iż samo takie postawienie problemu jest artefaktem lubianej przez optyków kwantowych reprezentacji operatorów kreacji i anihilacji, gdzie różne mody traktowane są jako kolejne oscylatory harmoniczne w przestrzeni Hilberta, która jest nieskończonym (a nawet ciągłym!) iloczynem tensorowym przestrzeni jednooscylatorowych. Taka przestrzeń Hilberta jest bardzo patologiczna z matematycznego punktu widzenia, np. nie jest ośrodkowa. Natomiast gdyby przyjąć oryginalną konstrukcję przestrzeni Foka, autorstwa samego Foka i opisaną dokładnie w monografii Berezina, to nie ma mowy o splątaniu z próżnią. Operatory kreacji i anihilacji przerzucają po prostu pomiędzy kolejnymi (zawsze skończonymi!) potęgami tensorowymi jednocząstkowych przestrzeni Hilberta. Ma to miejsce nawet wtedy, gdy zbiór modów pola jest ciągły. Stan za zwierciadłem jest wtedy stanem jednocząstkowym i nie jest z niczym splątany – nie może być splątany z próżnią, gdyż stany jednocząstkowe i próżnia wchodzą w tej reprezentacji przestrzeni Foka poprzez sumę prostą, a nie przez iloczyn tensorowy. Można nawet pójść dalej i rozważać inne reprezentacje algebry CCR, gdzie sprawa się dodatkowo komplikuje (M. Pawłowski, M. Czachor, Phys. Rev. A 73, 042111, 2006).

No i na zakończenie jedna uwaga jeszcze ogólniejsza. Wielokrotnie podkreśla się w omawianych pracach, iż złamanie nierówności typu Bella, jak już wyeliminuje się wszystkie standardowe luki, w rodzaju problemu wolnej woli obserwatorów, czy niewydajnych detektorów, ostatecznie rozstrzyga problem istnienia elementów rzeczywistości w sensie EPR. Ciekaw zatem jestem uwag doktorantki na temat modeli zmiennych ukrytych, w których mamy do czynienia z komplementarnymi zmiennymi losowymi i maksymalnym złamaniem nierówności Bella i Tsirelsona, a równocześnie występują w nich lokalne elementy rzeczywistości, być może niezupełnie klasyczne, ale jeszcze nie kwantowe (M. Czachor, Acta Phys. Polon. A **139**, 70, 2021; Acta Phys. Polon. A **143**, S158, 2023). W mojej ocenie, zwłaszcza w kontekście kryptografii, należy zachować tutaj pewną powściągliwość co do ostateczności twierdzenia Bella.

VIII.

Skłaniam się do poglądu, że opieranie rozprawy na cyklu prac wieloautorskich, zamiast osobno napisanej przez doktoranta rozprawy – jest błędem. Mamy przecież ocenić rozprawę doktorską, a nie publikacje, w których trudno jest rozdzielić wyniki i interpretacje zespołu autorów, najczęściej powstające na zasadzie konsensusu, od wyników i opinii doktoranta. Opublikowane pracę są już „wyczyszczone” na kilku etapach z błędów edytorskich, więc ewentualna ocena umiejętności pisania tekstu naukowego przez doktoranta jest niemożliwa. W gruncie rzeczy nie ma chyba formalnych przeciwwskazań, żeby dopuszczać jako doktorat pracę, która jest sama w sobie po prostu pierwszą, obszerną publikacją doktoranta, albo jeżeli opublikował wcześniej tylko samodzielne preprinty, jeżeli rozwiązuje w swej pracy istotny problem naukowy. Doktoraty opierające się na pracach wieloautorskich są normą, zwłaszcza w dziedzinach eksperymentalnych, ale wtedy wymaga się jednak osobno napisanej rozprawy, a publikacje są tylko jej elementem.

W efekcie, podczas recenzowania rozprawy mgr Wołoncewicz, musiałem ją czytać niejako od tyłu, zaczynając od publikacji i wnikając w prace w nich cytowane, a sam wstęp zostawiłem sobie na koniec, gdy już wszystko zrozumiałem. Było to konieczne, abym mógł sobie wyrobić pogląd na rzeczywisty wkład autorki w jej doktorat.

Żeby nie było jednak żadnych niejasności, powtórzę to, co napisałem na wstępie. Jest to dobra praca doktorska, spełniająca wszystkie kryteria formalne związane z procedurą przyznawania stopnia doktora, więc wnoszę o dopuszczenie doktorantki do dalszych etapów wymaganych ustawą o stopniach naukowych.

Gdańsk, 10 lipca 2023 r.

Marek Czachor